

АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ ЛЕСА И ДРЕВЕСИНЫ
им. В. Н. СУКАЧЕВА

В. В. КУЗЬМИЧЕВ

ЗАКОНОМЕРНОСТИ РОСТА ДРЕВОСТОЕВ

Ответственный редактор
канд. с.-х. наук *И. В. Семёчин*



И З Д А Т Е Л Ь С Т В О « Н А У К А »
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
Новосибирск. 1977

ВВЕДЕНИЕ

В книге анализируются концепции изучения роста древостоев разных категорий и намечен переход к характеристике закономерностей роста всего их разнообразия. Предлагается хозяйственный критерий выделения оптимальных древостоев. Рассматриваются вопросы аналитического выражения увеличения с возрастом размеров деревьев и применения полученных уравнений при описании роста их совокупностей.

Сравниваются различные способы выражения множественных связей средних таксационных показателей. Раскрыта возможность использования найденных закономерностей для прогноза роста встречающегося многообразия чистых одновозрастных насаждений.

Книга рассчитана на научных работников, аспирантов, студентов лесоводственного профиля, биологов, специалистов лесного хозяйства и лесной промышленности, лесоустроительных и проектных организаций.

Развитие социалистического общества в СССР обусловило быстрое изменение и расширение задач, стоящих перед лесохозяйственным производством. Наряду с обеспечением потребностей народного хозяйства в древесине нужного сортимента и качества лесное хозяйство в настоящее время призвано обеспечить максимальное использование прижизненных защитных и полезных функций лесов, в связи с чем возникает необходимость искусственного регулирования лесного растительного покрова на огромных территориях. Усилия ученых направлены к дальнейшему изучению процессов роста древостоев, поскольку искусственная регуляция возможна только на основе познания механизмов естественной саморегуляции лесных биогеоценозов и их составных частей. Поэтому существенно меняются цели и расширяются задачи лесотаксационных исследований. Изменения происходят одновременно с появлением в результате развития научно-технической революции новых методов сбора и обработки информации, в частности применение электронно-цифровых вычислительных машин позволяет глубже выявить разнообразные, еще не исследованные взаимосвязи, существующие между различными природными явлениями.

Разнообразие целей лесовыращивания и увеличение возможностей глубокого изучения процессов, происходящих в лесу, создают предпосылки для формирования и развития новой отрасли лесоведения — науки о продуктивности леса, обобщающей вскрытые закономерности процесса роста древостоев в зависимости от времени, климата, местообитания и осуществляемых человеком технико-хозяйственных мероприятий. Конеч-

ная цель исследования продуктивности лесных растительных сообществ заключается в создании количественной теории биологической продуктивности лесных экологических систем как основы управления их ресурсами и получения максимума полезной для человека продукции. Решение задачи оптимального регулирования невозможно без построения математической модели объекта управления. В лесном хозяйстве уже более 100 лет используется метод «проб и ошибок», который не дал ощутимых результатов в теоретическом плане как в силу длительности поиска оптимального режима, так и вследствие изменения за это время критериев оптимальности. Более перспективен системный подход с его установкой на аппроксимацию сложных объектов или изучение сложного через отображающее его более простое, построение математических моделей изучаемых объектов с последующим увеличением информативной содержательности последних.

Таким образом, наметилась необходимость обобщения в области изучения закономерностей роста древостоев и развития таксационных методов выявления путей формирования и воспитания высокопродуктивных насаждений. Хотя ведущее значение в науке о продуктивности леса занимает учение о приросте — мере любой продуктивности, — закономерности его изменения могут быть изучены и поняты только в связи с процессами роста. Поэтому прирост и рост леса должны изучаться как единое целое.

Нельзя рассматривать изолированно и рост деревьев и древостоев. Растут и отмирают в лесу отдельные деревья, каждое со своей индивидуальной историей развития в процессе онтогенеза. Однако совокупность деревьев, преобразуя условия внешней среды, создает более выровненный микроклимат, и это проявляется во многих общих чертах различных деревьев. Сходство в протекании процесса роста у них объясняется генетическими факторами, контролирующими в известных пределах рост организмов вообще. Поэтому выделение общих закономерностей в росте деревьев облегчит изучение их совокупностей — древостоев.

На современном этапе изучения роста древостоев уделяется большое внимание формированию крон отдельных деревьев и древесного полога в целом, по-

скольку характеристика фотосинтезирующего аппарата используется как при изучении прироста, так и в исследованиях влияния леса на среду.

При изучении роста древостоев одновременно постигаются явления саморегуляции лесных фитоценозов, охарактеризованные пока недостаточно.

Все это предопределило план построения нашей работы. Анализ современного состояния методов изучения роста древостоев позволил выявить необходимость более подробного рассмотрения закономерностей роста отдельных деревьев и применения этих закономерностей для классификации древостоев по продуктивности. После разделения древостоев на однородные совокупности исследованы возможности характеристики процессов роста для древостоев разных и только одного уровня продуктивности. Охарактеризованы показатели полога крон и их изменение во времени. Рассмотрены перспективные направления дальнейших исследований в этой области.

Исследованиями охвачены чистые одновозрастные сосновые древостои. Материалами послужили результаты 330 обмеров пробных площадей в сосновках Минусинских боров, проведенных сотрудниками лаборатории лесоустройства и лесной таксации Института леса и древесины им. В. Н. Сукачева СО АН СССР в 1965—1972 гг., и некоторые другие материалы. Всем сотрудникам лаборатории и особенно программистам-математикам, оказавшим большую помощь в выполнении работы, автор выражает свою искреннюю признательность.

ГЛАВА I

МЕТОДЫ ИЗУЧЕНИЯ РОСТА ДРЕВОСТОЕВ

ОБЪЕКТ ИЗУЧЕНИЯ

Определение объекта, для которого должно проводиться изучение закономерностей строения и динамики древостоеv, до настоящего времени остается одним из дискуссионных вопросов лесной таксации. Огромное разнообразие лесов обусловило необходимость их деления на более или менее однородные совокупности, для которых и проводятся работы по изучению хода роста. В умеренных широтах северного полушария преобладают хвойные леса из лиственницы и сосны (светлохвойные), ели, кедра и пихты (темнохвойные), мелколиственные из береска и осины и широколиственные из буквы, дуба и их спутников. Некоторые исследователи (Тюрин, 1931, и др.) признавали достаточным деление лесов в целях изучения хода роста только по породному или формационному признаку, и составленные ими всеобщие таблицы хода роста рассчитаны на применение в любом пункте распространения изученных ими древесных пород. Другие (Третьяков, 1937; Ассман, 1959) считают, что ход роста древостоеv можно изучать только в пределах однородного по лесорастительному эффекту района, а сравнение роста древостоеv разных районов позволит выявить дополнительные закономерности в изменении таксационных показателей во времени и пространстве. Последняя точка зрения находит все больше сторонников, но четкого определения района, внутри которого рост древостоеv можно считать одинаковым, еще не существует.

Тесно связана с вопросом определения района применения таблица хода роста и классификации древостоеv. Авторы общих таблиц могли основываться только на искусственной классификации, поэтому их данные

определенены по классам бонитета. Местные таблицы составляются как на основе естественных классификаций древостоеv по условиям местопроизрастания или типам леса, так и с использованием бонитетных шкал.

В специальной литературе имеются примеры деления на классы бонитета в пределах естественных единиц (Третьяков и др., 1965), хотя правильней говорить о совмещении в возможных пределах этих классификаций, т. е. указывать в названии таблиц, к какому определенному типу леса и классу бонитета они относятся.

Искусственная классификация древостоеv учитывает их происхождение (семенное или порослевое), что делается также и при разделении на естественные единицы.

Выявлена необходимость разделять и рост древостоеv естественного происхождения и лесных культур, которые обгоняют в своем развитии в первые годы естественные молодняки и имеют ряд особенностей — в темпах отпада, строении и некоторых других признаках.

При любой классификации учитывается породный состав древостоеv (чистые они или смешанные), их форма (одноярусные или многоярусные), возрастное строение (одновозрастные и разновозрастные). Больше всего изучен рост чистых одновозрастных (и, конечно, одноярусных) древостоеv, которые имеют широкое распространение при господствующей сплошнолесосечной форме хозяйства и после пожаров, и представляют самый простой и удобный объект для исследования.

Систематическое проведение рубок ухода предполагает необходимость разделения древостоеv по степени интенсивности этого процесса или хотя бы отделение естественно растущих от воспитывающихся при хозяйственном вмешательстве.

Так как принцип разделения древостоеv по указанным признакам выдерживался отдельными исследователями в разной мере, то зачастую материалы полученных ими таблиц хода роста оказываются несопоставимыми.

Сравнительность существующих таблиц затрудняется также различными методическими подходами к их составлению.

ТИПЫ ТАБЛИЦ ХОДА РОСТА

Наибольшее признание получили три типа таблиц хода роста: нормальных насаждений, модальных и оптимальных (Антанайтис, Загреев, 1969). Таблицы для нормальных насаждений показывают изменение во времени таксационных показателей насаждений, имеющих в данных условиях произрастания наибольшие суммы площадей сечений и запасы на гектаре. Таблицы для модальных древостоев отражают динамику средних по определенной совокупности насаждений таксационных показателей. В таблицах хода роста оптимальных насаждений показывается динамика таксационных показателей древостоев, удовлетворяющих определенным хозяйственным критериям оптимальности. В этом порядке исторически сменились лесоводственные взгляды на идеальные насаждения, в соответствии с чем лесной таксацией разрабатывались методы изучения их роста и составления таблиц. Сменились также методы измерений: если раньше древостои делились при обмерах на господствующую и подчиненную (оставляемую и выбираемую) части, то в последнее время средние таксационные показатели вычисляются в целом для элементов леса.

Существенные изменения претерпевает и основная единица наблюдения. Первые исследования хода роста основывались на получении характеристик пробных площадей или выбранных глазомерно наиболее типичных частей таксационного выдела. Обмеры деревьев на пробной площади могут быть однократными (временная пробная площадь) и многократными (постоянная пробная площадь). Хотя пробная площадь до настоящего времени используется при изучении роста древостоев, но с развитием математико-статистических методов инвентаризации лесного фонда ставится вопрос о ее замене статистическими учетными площадками (круговыми, квадратными и др.), так как выбор «типичных» участков идет вразрез с требованиями репрезентативности, в результате чего ход роста древостоев по материалам пробных площадей может быть отображен недостаточно точно (Шкунов, 1974). Кроме средних характеристик пробных площадей и статистических площадок все шире при составлении таблиц хода роста исполь-

зуются показатели роста отдельных деревьев, полученные путем анализа хода роста стволов по отдельным таксационным показателям (Лебков, 1965) или установления зависимости их прироста от размеров и размещения соседей (Vuokila, 1967).

Анализ хода роста стволов в высоту придается большое значение при подборе древостоев одного естественного ряда (Мошканев, 1957), хотя в последнее время естественные ряды предлагают устанавливать по принадлежности древостоев к группам одинаковой первичной густоты (Разин, 1967).

Развитие методов составления таблиц хода роста, начавшееся с исследования парных связей при установлении зависимости таксационного показателя от времени (или от другого показателя), пришло к применению идей и методов множественного корреляционного и регрессионного анализов. Поэтому краткий обзор их дается с учетом деления на эти две группы, причем наибольшее внимание уделяется аналитическим выражениям.

МЕТОДЫ СОСТАВЛЕНИЯ ТАБЛИЦ ХОДА РОСТА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПАРНЫХ СВЯЗЕЙ

Задача группировки пробных площадей по признаку общности их роста прежде всего решается при методе стационарных наблюдений, когда имеются кривые изменения во времени таксационных показателей, охватывающие значительные периоды. Классификация древостоев проводится по совпадению кривых средних высот с привлечением дополнительно других признаков. Но метод очень трудоемок, требует сбора материалов на протяженности жизни нескольких поколений лесоводов. Он применялся в Швейцарии, в довоенной Германии, Скандинавских странах, в меньшей мере — в нашей стране. Хотя метод дает наиболее достоверные данные о ходе роста изучаемых древостоев, но в конечном счете невозможно охватывать наблюдениями все интересующие лесное хозяйство варианты, тем более что для сохранения опытов на протяжении значительных интервалов времени необходимы большие повтор-

ности. Самое же главное заключается в изменении с накоплением данных лесоводственных взглядов и концепций, положенных в основу исследований. Поэтому опыты не раз приходилось закладывать в новых вариантах, в связи с чем получили распространение менее точные, но более быстрые методы.

От одного из них, статистического (или метода полосок), до наших дней сохранилось многое. Он основывается на сборе обширного материала однократных обмеров древостоев определенной древесной породы для всего имеющегося разнообразия производительности древостоев.

Полученные графики зависимости их средних высот от возраста ограничивают сверху и снизу и делят насаждения на равные части по числу намеченных для выделения совокупностей, или классов бонитета. Посредине каждой полоски проводят кривую, которая характеризует динамику средних высот древостоев данного класса бонитета. При этом стремятся к возможной согласованности полученного веера кривых. Современные методы разделения этого поля рассеивания отличаются дополнительной работой по установлению темпов изменения во времени высот отдельных деревьев, взятых в этих древостоях.

Метод указательных насаждений предусматривает подбор ряда древостоев, в которых рост деревьев разных классов более молодых древостоев повторяет рост деревьев самого старого насаждения, признанного типичным для определенной совокупности, которое называется указательным. К недостаткам способа относят высокую трудоемкость, неизбежное отсевание части материала и невозможность оценить типичность полученной линии роста. Если изучается рост древостоев разной производительности, то не исключена возможность их пересечения, поскольку взаимная увязка этих линий затруднена. Этот метод использован А. В. Тюриным (1912) при составлении таблиц хода роста сосны Архангельской губернии и Б. А. Шустовым (1914) в процессе создания таблиц хода роста порослевых дубовых насаждений юга России.

Метод составления эскизов таблиц хода роста ЦНИИЛХ разработан Н. П. Курбатским и Г. А. Мокеевым (1937) под руководством Н. В. Третьякова.

Он отличается от упомянутых ранее методов тем, что древостои объединяются в однородную совокупность по принадлежности к одному типу леса, в пределах которой подбираются пробные площади так, чтобы изменения средних высот, диаметров и коэффициентов формы характеризовались узкой полосой рассеивания. Связь этих (и других) таксационных показателей с возрастом выравнивается по уравнениям вида

$$AT = aA + \vartheta \quad (1.1)$$

(A — возраст, T — таксационный признак). Отклонения по высоте считаются допустимыми в пределах $\pm 3,5\%$, по диаметру ± 10 , по второму коэффициенту формы $\pm 6\%$. Отказ от использования анализов хода роста деревьев для подтверждения общности роста насаждений мотивировался большой изменчивостью в росте отдельных деревьев. Недостаток способа заключается в том, что не рассматриваются вопросы увязки между собой хода роста древостоев разных типов леса.

В. К. Захаров (1967) обобщил аналитические выражения для описания изменений во времени отдельных таксационных признаков и их взаимосвязей. Как самые ранние в этом направлении, он отмечает исследования Вебера, делившего жизнь дерева на два периода — начального роста, когда дерево приобретает свою форму, и второй, когда ствол окончательно сформировался и начался процесс очищения от нижних сучьев и ветвей. Для характеристики роста насаждений в высоту, по диаметру и другим средним таксационным показателям он предложил ряд сходных формул. Например, при определении роста древостоев по высоте во втором периоде:

$$H_a = H_{\max} \left(1 - \frac{1}{1,0p^x} \right), \quad (1.2)$$

где H_a — высота в искомом возрасте; H_{\max} — максимальная высота древостоев в предельном возрасте; p — коэффициент энергии роста; x — показатель степени, равный возрасту a , уменьшенному на период начального роста ($x = a - b$).

Формула широко использована А. В. Тюриным (1931) при составлении всеобщих таблиц хода роста. Для средних высот господствующей части сосновых

насаждений значение 1,0 p принято равным 1,015 для всех классов бонитета, H_{\max} меняется от 15,5 м для V^a класса бонитета до 43 м для I^a класса с интервалом около 4,5 м, период начального роста — от 10 до 4 лет с разницей в один год для соседних классов бонитета.

Изменение числа стволов на единице площади с момента смыкания насаждений и до окончания его формирования Вебер передавал формулой

$$N_a = 10\,000 / 1,0p^x, \quad (1.3)$$

где p меняется для разных пород и классов бонитета от 2,5 до 8.

Для выравнивания сумм площадей сечений он использовал выражение

$$G = 0,5p^2 / 1,0p^x. \quad (1.4)$$

Величина p также связана с породой и классом бонитета и изменяется от 1,2 до 3.

Б. К. Захаров указывает на возможность применения для выравнивания высот и диаметров на протяжении обоих периодов роста, выделенных Вебером, формулы В. Н. Дракина и Д. И. Вуевского (1940), имеющей следующий вид:

$$H = H_{\max} (1 - e^{ka})^m, \quad (1.5)$$

где H — высота в возрасте a лет; H_{\max} — верхняя граница роста для данного дерева или совокупности древостоев, k и m — параметры уравнения.

Кроме этого, он отмечает дополнительно возможность использования при составлении таблиц хода роста линейных зависимостей: произведения таксационного признака на высоту — от высоты:

$$HT = aT + b, \quad (1.6)$$

в частности, установленную Вейзе для видовых высот закономерность

$$Hf = aH + b, \quad (1.7)$$

а Эйхгорном — для запасов нормальных насаждений

$$M = aH + b. \quad (1.8)$$

Герхардт использовал линейную зависимость запасов насаждений от произведений высоты на сумму площадей сечений:

$$M = a(GH) + b. \quad (1.9)$$

Сглаживание числа стволов по возрастам Н. В. Третьяков рекомендовал проводить до момента распада насаждений по формуле Каинуса

$$NA^2 = aA + b, \quad (1.10)$$

а после начала разрушения насаждения — по своей формуле

$$N = a \lg A + b. \quad (1.11)$$

П. В. Воропанов (1966), придавая первостепенное значение числу деревьев на единице площади при подборе древостоев одного естественного ряда, считает необходимым использовать (отдельно для числа деревьев верхнего и нижнего полога насаждений) уравнение гиперболы, где $\sqrt{N}(N)$ связано с возрастом A и где A — независимая переменная. В частности, он рекомендует зависимость

$$\sqrt{N} \cdot A = \text{const}. \quad (1.12)$$

Закономерности, представленные в таблицах хода роста (исключая начальный период), были исследованы Г. Ф. Хильми (1955, 1966) и представлены полуэмпирическими формулами, содержащими константы, имеющие биологическое содержание. Изменение во времени числа стволов он передает уравнением

$$N = \bar{N}(N_0/\bar{N})e^{-\alpha(t-t_0)}, \quad (1.13)$$

где \bar{N} — предельная густота, ниже которой не изреживаются нормальные насаждения; N_0 — начальная густота в возрасте, принятом за исходный при расчетах по формуле; α — константа самоизреживания для данной породы; t — возраст насаждения.

насаждений значение 1,0 p принято равным 1,015 для всех классов бонитета, H_{\max} меняется от 15,5 м для V^a класса бонитета до 43 м для I^a класса с интервалом около 4,5 м, период начального роста — от 10 до 4 лет с разницей в один год для соседних классов бонитета.

Изменение числа стволов на единице площади с момента смыкания насаждений и до окончания его формирования Вебер передавал формулой

$$N_a = 10\,000 / 1,0p^x, \quad (1.3)$$

где p меняется для разных пород и классов бонитета от 2,5 до 8.

Для выравнивания сумм площадей сечений он использовал выражение

$$G = 0,5p^2 / 1,0p^x. \quad (1.4)$$

Величина p также связана с породой и классом бонитета и изменяется от 1,2 до 3.

Б. К. Захаров указывает на возможность применения для выравнивания высот и диаметров на протяжении обоих периодов роста, выделенных Вебером, формулы В. Н. Дракина и Д. И. Вуевского (1940), имеющей следующий вид:

$$H = H_{\max} (1 - e^{ka})^m, \quad (1.5)$$

где H — высота в возрасте a лет; H_{\max} — верхняя граница роста для данного дерева или совокупности древостоев, k и m — параметры уравнения.

Кроме этого, он отмечает дополнительно возможность использования при составлении таблиц хода роста линейных зависимостей: произведения таксационного признака на высоту — от высоты:

$$HT = aT + b, \quad (1.6)$$

в частности, установленную Вейзе для видовых высот закономерность

$$Hf = aH + b, \quad (1.7)$$

а Эйхгорном — для запасов нормальных насаждений

$$M = aH + b. \quad (1.8)$$

Герхардт использовал линейную зависимость запасов насаждений от произведений высоты на сумму площадей сечений:

$$M = a(GH) + b. \quad (1.9)$$

Сглаживание числа стволов по возрастам Н. В. Третьяков рекомендовал проводить до момента распада насаждений по формуле Каянуса

$$NA^2 = aA + b, \quad (1.10)$$

а после начала разрушения насаждения — по своей формуле

$$N = a \lg A + b. \quad (1.11)$$

П. В. Воропанов (1966), придавая первостепенное значение числу деревьев на единице площади при подборе древостоев одного естественного ряда, считает необходимым использовать (отдельно для числа деревьев верхнего и нижнего полога насаждений) уравнение гиперболы, где $\sqrt{N}(N)$ связано с возрастом A и где A — независимая переменная. В частности, он рекомендует зависимость

$$\sqrt{N} \cdot A = \text{const}. \quad (1.12)$$

Закономерности, представленные в таблицах хода роста (исключая начальный период), были исследованы Г. Ф. Хильми (1955, 1966) и представлены полуэмпирическими формулами, содержащими константы, имеющие биологическое содержание. Изменение во времени числа стволов он передает уравнением

$$N = \bar{N}(N_0/\bar{N})e^{-\alpha(t-t_0)}, \quad (1.13)$$

где \bar{N} — предельная густота, ниже которой не изрезываются нормальные насаждения; N_0 — начальная густота в возрасте, принятом за исходный при расчетах по формуле; α — константа самоизрезивания для данной породы; t — возраст насаждения.

Связь средней высоты насаждений с густотой выражалась формулой

$$H = a/\sqrt{N}, \quad (1.14)$$

где a — безразмерный параметр, убывающий по мере снижения класса бонитета. Запас нормальных насаждений, по Г. Ф. Хильми (1966), меняется с возрастом по уравнению

$$M = \bar{M} - (\bar{M} - M_0) e^{-b(t-t_0)}, \quad (1.15)$$

Здесь \bar{M} — предельное значение запаса насаждений данного класса бонитета; M_0 — начальное значение запаса в возрасте t_0 ; b — константа для породы.

В. В. Успенский (1971) отмечает возможность использования формулы (1.15) также для выравнивания значений высот, диаметров и сумм площадей сечений на гектар.

Для выравнивания хода роста средних высот и средних диаметров в молодняках В. С. Моисеев (1971) использовал уравнение сложной логарифмической кривой

$$y = a + bx + c \lg x, \quad (1.16)$$

а динамики сумм площадей сечений — логарифмической кривой третьего порядка

$$y = a + b \lg x + c (\lg x)^2 + d(\lg x)^3. \quad (1.17)$$

В случае затруднений аналитического обоснования динамики таксационных показателей им рекомендуется уравнение

$$y = ae^{bx} \quad (1.18)$$

или

$$y = ae^{bx+cx^2+dx^3}. \quad (1.19)$$

Изменение с возрастом количества деревьев В. С. Моисеев выражал гиперболой

$$y = a + b/x + c/x^2. \quad (1.20)$$

И. И. Бочков (1972) использовал для выравнивания изменений с возрастом средних высот и диаметров уравнение логарифмической кривой второго порядка (типа 1.17), а для сумм площадей сечений на гектар, запасов и текущего прироста — типа (1.16) и получил отклонения фактических от выравненных данных в пределах $\pm 5\%$.

А. Н. Федосимов (1970) предложил использовать данные статистических площадок, закладываемых при инвентаризации лесного фонда, для выявления динамики запаса насаждений. Для этого необходимо знать наличный запас и процент текущего прироста по запасу составляющих пород в различные возрастные периоды. Общий запас составляющей породы через d лет (M_d) определяется по формуле

$$M_d = M_0 [0,0t(K^d - 1)/(K - 1) + K^d]. \quad (1.21)$$

Здесь M_0 — начальный запас составляющей породы на гектар в настоящий период; t — процент годичного пользования по этой породе в данном классе возраста; $K = 1 + \frac{p-t}{100}$, где p — процент текущего прироста по запасу составляющей породы в этом же классе возраста. Н. А. Федосимов приводит вывод формулы и пример расчетов по ней.

Приведенные формулы показывают последовательное усложнение и развитие методов выравнивания опытных данных, но они производятся на плоскости. Следует отметить, что такие методы применяются только при составлении таблиц хода роста нормальных и модальных древостоя, положительное влияние которых на ведение лесного хозяйства детально описано во многих работах и широко известно. Однако в настоящее время они не могут ответить на все вопросы теории и практики лесовыращивания. Относительно таблиц хода роста нормальных насаждений давно уже выявлено, что по товарной структуре и текущему приросту они могут уступать насаждениям несколько более низкой полноты, причем эти различия особенно велики в молодом возрасте. А. И. Котов (1961) указывает на следующие недостатки нормальных насаждений: понятие нормальности не может быть одинаковым для лесов раз-

ного народнохозяйственного назначения; выращивание деревьев в состоянии максимальной полноты снижает их рост по диаметру и увеличивает возраст наступления технической спелости; высокая полнота способствует накоплению деревьев слабого развития, отмирающих затем весьма интенсивно; развитие растений лучше происходит при оптимальных размерах пространства роста, а не при минимальных. Можно добавить, что очень трудно найти в природе нормальные насаждения из-за их малой представленности и отсутствия четких критериев нормальности.

С этой точки зрения проще изучать модальные насаждения, т. е. наиболее распространенные и представленные наибольшим количеством видов. Однако при анализе таблиц хода роста модальных насаждений создается впечатление, что процессов роста в лесу не происходит, текущее изменение запасов, начиная с 50–60-летнего возраста, составляет ничтожные величины. Вероятно, при обобщении большого количества динамических процессов получаются одинаковые средние значения полнот модальных древостоев, проявляющие тенденцию к снижению с возрастом под влиянием постоянно испытываемого антропогенного воздействия. Поэтому вполне справедливо, на наш взгляд, В. Б. Козловский и В. М. Павлов (1967) отмечают ограниченные возможности применения таблиц хода роста модальных древостоев, считая, что общее представление о возрастной динамике лесов изучаемого района проще получить путем анализа данных инвентаризации лесного фонда. Необходимо указать также на недостатки использования глазомерных характеристик древостоев, сделанных при работах по второму и третьему разрядам лесоустройства, для выявления динамики полнот модальных насаждений. Выдел в этом случае очень неоднороден по своей структуре, включает участки с высокой полнотой и прогалины, а все это результатируется в средней полноте выдела, при которой фактически деревья в нем не растут. Кроме того, таблицы хода роста модальных древостоев не могут дать придержек относительно лесоводственного идеала, к которому нужно стремиться при хозяйственной деятельности в лесу. В поисках методов описания роста хозяйственно целесообразных древостоев таксаторы при-

ли к методикам построения таблиц хода роста оптимальных насаждений. При этом совершен качественно важный шаг — переход к многомерным зависимостям, к построению поверхностей распределения.

МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ ТАБЛИЦ ХОДА РОСТА НА ОСНОВЕ МНОЖЕСТВЕННЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ

При обмере деревьев на пробной площади могут быть получены ряды распределения частот по каждому из таксационных признаков, которые в последующем характеризуются обычно средним значением.

Каждая пробная площадь получает разностороннюю характеристику несколькими средними таксационными показателями. При рассмотрении совокупности пробных площадей между таксационными показателями могут быть выявлены корреляционные связи различной тесноты. Для надежного определения какого-либо из этих показателей в зависимости от возраста и других, более доступных для измерения признаков, требуется тщательный отбор зависимых переменных. Для этого необходимо наличие наиболее тесных корреляционных зависимостей между независимой и зависимыми переменными и наименее тесных — между зависимыми переменными. В этом случае, во-первых, будут наиболее точно оценены коэффициенты уравнения множественной регрессии, и, во-вторых, нет необходимости оценивать совместное влияние на независимую переменную двух или нескольких тесно связанных между собой зависимых переменных.

Регрессионные уравнения строятся обычно на основе линейных связей, поэтому в случае наличия криволинейных зависимостей они трансформируются в линейные преобразованием системы координат (логарифмирование, возведение в степень, извлечение корня и т. д.). Такие трансформированные переменные часто появляются в различных уравнениях регрессии. Кроме них, встречаются комбинированные переменные, отражающие совместное влияние двух или нескольких независимых переменных. Степень соответствия уравнения регрессии опытному материалу оценивается по

квадрату коэффициента корреляции r^2 , который определяется по формуле

$$r^2 = 1 - s_{\text{ост}}^2 / s_{\text{общ}}^2, \quad (1.22)$$

где $s_{\text{ост}}^2$ и $s_{\text{общ}}^2$ — остаточная и общая дисперсии. Чем ближе значение коэффициента корреляции к единице, тем лучше уравнение передает особенности опытного материала. Оценка уравнения регрессии по критерию Фишера идентична этому показателю:

$$F = s_{\text{общ}}^2 / s_{\text{ост}}^2 = 1/(1 - r^2). \quad (1.23)$$

В общем случае степень выравнивания по уравнению тем лучше, чем выше значение критерия. Оценивается и минимальный уровень значения F сравнением с табличным значением (при величине F меньше трех следует уточнять табличное значение с учетом числа наблюдений).

Дополнительная оценка проводится путем анализа изменений ошибок уравнения в сопоставлении с изменением независимых переменных. Если в этих изменениях нет систематических закономерностей, то уравнение считают отвечающим фактическим зависимостям. Техника регрессионного и корреляционного анализов довольно детально описана (Дукарский, Закурдаев, 1971; Езекиел, Фокс, 1966; Дрейпер, Смит, 1973; и др.), но даже при широком использовании ЭЦВМ вычисления требуют очень больших затрат времени и ручного труда.

Первое применение методов множественного регрессионного анализа в лесной таксации связано с именем Петерсона (Pettersson, 1955), который выступил с серьезной критикой таблиц хода роста, составленных в Западной Европе и используемых в Скандинавии. Он отмечал субъективизм в выборе пробных площадей, использованных для составления таблиц, и при определении интенсивности проведенных на пробах изреживаний. Основным же недостатком имевшихся к тому времени таблиц хода роста он считал косвенное определение самого важного показателя — текущего прироста насаждений по запасу. В разработанном им методе изучения продуктивности лесов основную роль

играет функция процента прироста по диаметру, рассчитываемого для пятилетних периодов в зависимости от таких переменных, как суммы диаметров в коре на гектар перед первым прореживанием, возраста в начале периода ухода, количества стволов на гектар и среднего диаметра в начале периода, числа лет от первого прореживания до начала периода. За основной показатель динамики насаждения принято изменение количества стволов, с которым связаны функции прироста. Ряды распределения стволов по ступеням толщины для различных возрастов в зависимости от программ изреживания той или иной интенсивности или естественных процессов были вычислены с использованием усеченной кривой нормального распределения. По уравнениям связи высот и диаметров рассчитывались высоты для отдельных ступеней толщины, на основе чего с применением функций объемов стволов рассчитаны запасы по ступеням толщины и общие запасы. Высоты вычислены как средние, так и верхние (соответствующие среднеарифметическому диаметру, увеличенному на три среднеквадратических отклонения).

Результаты вычислений сведены в таблицы производительности древостоев при различных режимах изреживаний. Таблицы составлены на основе изменения во времени верхних высот древостоев, неодинакового для насаждений естественного происхождения и лесных культур (оттого и использованы две шкалы бонитетов).

Расчет таксационных показателей проведен, начиная с исходного возраста, когда верхняя высота равна 8 м для каждого класса бонитета, определяемого по верхней высоте в 100 лет (с интервалом в 4 м между бонитетами).

Таблицы составлены для сосняков естественного происхождения Северной и Южной Швеции и культур ели Южной Швеции (всего около 100 таблиц производительности).

Андерсон (Andersson, 1963) развил дальше эту методику в процессе составления таблиц хода роста культур сосны Северной Швеции. Он использовал в качестве исходных не одно, а три состояния густоты, что позволяет в условиях разной интенсивности лесного хозяйства делать выбор между различной густотой посадки культур.

Во многом сходна со шведской методика оценки продуктивности насаждений, разработанная в США Беннетом и Клэттером и использованная Буркхартом (Burkhardt, 1971), по работе которого она и характеризуется. Техника оценки заключается в установлении наибольшего и наименьшего диаметров для рядов распределения в насаждениях разного возраста, классов бонитета и полноты, расчете семейства кривых частот для вычисления числа деревьев в каждом классе диаметров между крайностями, предсказании высот для древостоев данного диаметра и комбинации возраста — местообитания — полноты, определении запасов для данных высот по классам диаметров и всему насаждению с использованием уравнения объемов. Применились следующие уравнения:

$$D_{\min} = 1,58 - 3,50 \log(N) + 5,46 \log(S), \quad (1.24)$$

$$D_{\max} = 2,79 - 6,33 \log(N) + 15,39 \log(S) + \\ + 0,05N/A - 48,5 \log(S/A), \quad (1.25)$$

$$f(D_i) = \Gamma(\alpha + \beta + 2)/[(D_{\max} - D_{\min}) \Gamma(\alpha+1)\Gamma(\beta+1)] \times \\ \times [(D_i - D_{\min})/(D_{\max} - D_{\min})]^{\alpha} \times \\ \times [(D_i - D_{\min})/(D_{\max} - D_{\min})]^{\beta}, \quad (1.26)$$

где $\alpha = 2,639$, $\beta = 1,07 + 0,0246 N/A$;

$$\log S = \log H - 5,4 \left(\frac{1}{25} - \frac{1}{A} \right). \quad (1.27)$$

Здесь N — число деревьев на акр; S — класс бонитета (в возрасте 25 лет); A — возраст насаждений; $\log x$ — десятичный логарифм числа x ; $\Gamma(x)$ — гамма-функция от x ; $f(D_i)$ — относительная частота встречаемости данного диаметра D_i , лежащего между D_{\min} и D_{\max} .

Для предсказания высот деревьев по классам диаметров использовалось выражение

$$\log H = 1,65 + 0,006(S) + 0,0097(N/100) - \\ - 4,75(1/A) - 0,998(1/D). \quad (1.28)$$

Проверка по материалам 114 пр. пл. в культурах сосны болотной во Флориде (США) в возрасте от 9 до 35 лет

показала, что отклонения фактических запасов по пробам от вычисленных достигают $\pm 55\%$, в среднем же различие несущественно.

Некоторое сходство с этими методическими положениями в отношении использования для расчетов средних таксационных показателей и признания большой роли начальной густоты имеет методический подход к выявлению динамики эталонных лесов, разрабатываемый В. С. Чуенковым (Чуенков, 1972; Лосицкий, Чуенков, 1973). Проведенное им таксационно-лесоводственное обоснование насаждений оптимального состава и структуры для центральных районов европейской части РСФСР слагалось из ряда этапов.

Вначале проводилось обоснование выбора главной породы в соответствии с потенциальным плодородием почвы и требованиями народного хозяйства. Было выявлено, что для района исследований в перспективе решающее значение будут иметь хвойные породы — сосна и ель. Выбор между ними предлагается проводить на основе абсолютного значения среднего прироста по «верхней» высоте, используя для его оценки уравнение множественной регрессии. У ели, например, средний прирост по верхней высоте (y) наиболее тесно связан с физико-химическими свойствами почвы в горизонте A_2 :

$$y = 0,0013x_1 + 0,1439x_2 - 0,0136x_3 - 0,0164x_4 - \\ - 0,0119x_5 + 0,0164x_6 - 0,009x_7 + 0,347 \\ (R = 0,934). \quad (1.29)$$

В уравнении приняты следующие обозначения:

x_1 — мощность гор. A_2 ;

x_2 — содержание гумуса, %;

x_3 — емкость поглощенных оснований, млн/экв на 100 г;

x_4 — объемная кислотность, млн/экв на 100 г;

x_5 — содержание физической глины, %;

x_6 — содержание ила, %;

x_7 — плотность почвы, г/см³.

На втором этапе проводился выбор исходной густоты, которая во многом определяет дальнейшую судьбу насаждения. Использовались «числа Бекинга», или от-

написание среднего расстояния между деревьями к верхней высоте в процентах. По данным семидесяти пробных площадей, заложенных в молодняках сосны и ели, установлено, что для сосны это отношение равно 18%, для ели — 19,5. При густоте, соответствующей этим «числам Бекинга», наблюдается нормальная симметрия, насаждение не перегущено и обладает наивысшим средним приростом в высоту.

Изменение числа стволов с возрастом в зависимости от первоначальной густоты (N_0) было выражено уравнением

$$N_i = N_0 e^{-(a-bN_0)t}, \quad (1.30)$$

где N_i — число стволов на гектар в i -м возрасте; a и b — константы, зависящие от породы и условий местопроизрастания; t — возраст насаждений. Это уравнение аналогично предложенному Г. Ф. Хильми (1955) уравнению (1.13), только константа самоизреживания выражена через начальную густоту и отсутствует начальный возраст t_0 . Затем с использованием методов множественного регрессионного анализа для сосновых и еловых древостоев были установлены наиболее целесообразные составы в разные возрастные периоды для различных условий местопроизрастания. Наиболее вероятный состав насаждений в возрасте 10 лет определен по данным 150 пробных площадей.

На заключительном этапе осуществлялось моделирование динамики таксационных показателей древостоев по специальной программе, позволяющей для каждого типа условий произрастания и породы рассчитать необходимые данные в желательном возрасте. В ЭВМ вводятся следующие исходные данные: «верхняя» высота в 10 лет, порода, тип леса, коэффициент Бекинга. Расчет осуществляется по следующим формулам:

$$N_0 = 10\ 000 / 0,87(\alpha H_0 / 100)^2. \quad (1.31)$$

Затем N_i определяется по формуле (1.30):

$$H_i = a_1 + b_1 \ln t_i - c_1 / N_i, \quad (1.32)$$

$$\ln D_i = a_2 \ln H_i + b_2 \ln N_i + c_2 \ln t_i + d_2, \quad (1.33)$$

$$\begin{aligned} \ln G_i = & a_3 \ln D_i + b_3 \ln H_i + c_3 \ln N_i + \\ & + d_3 \ln t_i + f_3, \end{aligned} \quad (1.34)$$

$$\ln M_i = a_4 \ln G_i + b_4 \ln H_i + c_4 \ln t_i + d_4, \quad (1.35)$$

$$\ln Z_i = a_5 \ln G_i + b_5 \ln H_i + c_5 \ln t_i + d_5, \quad (1.36)$$

$$\ln(V/M) = a_6 \ln N_i + b_6 \ln D_i + c_6. \quad (1.37)$$

Воспитание насаждений при так называемых оптимальных полнотах здесь не предусматривается, а за цель хозяйства принимается выращивание крупномерной древесины с дополнительным получением древесины за счет промежуточного пользования. Под оптимальной структурой автором понимается такой состав, такое число стволов на гектар и такие величины таксационных показателей, которые в первую очередь отвечают поставленной цели выращивания насаждений.

В противоположность перечисленным выше авторам Вуокила (Vuokila, 1967, 1971) принял в качестве основной единицы вычислений дерево. Рост отдельного дерева по диаметру, высоте и объему описывается функцией прироста, действующей с момента изреживания насаждения, после достижения им верхней высоты 5 м:

$$P_d = f(T_i, H_{\text{dom}}, S_i, d_i, D_i, R_G, C, L), \quad (1.38)$$

т. е. процент прироста по диаметру отдельного дерева является функцией таких переменных, как возраст насаждения, верхняя высота его, средний диаметр насаждения, процент площади сечений, выбираемый при прореживании, интервал между двумя прореживаниями, длина сезона прироста (число дней в мае теплее +6°C), среднее расстояние до соседних деревьев и диаметр дерева:

$$P_h = f(D_i, h_i, t_i, t_{1,3}, d_i). \quad (1.39)$$

Здесь процент прироста по высоте отдельного дерева определен как функция среднего диаметра насаждения, высоты, диаметра и возраста дерева (на пне и высоте груди). Число деревьев принимается после первого изреживания 4 000 стволов на гектар для слабого, 3 500 стволов — для среднего и 3 000 — для сильного ухода. Распределение числа стволов по ступеням толщины основывается частично на местных и частично на шведских материалах.

Информация, полученная при вычислениях прироста и продуктивности деревьев, объединяется в средние данные по насаждению. Поведение составленной таким образом модели насаждения проверяется по функциям их прироста, выведенным на основе обмеров пробных площадей. Результаты рубок ухода, рассчитанные на основе теоретических моделей, также сверяются с данными, полученными в результате опытов по рубкам ухода в лесу, на постоянных пробных площадях. Систематические ошибки, выявленные в функции прироста по объему, были устранены в соответствии с полевыми материалами. Остальные показатели — вычисленные и фактические — имели небольшие расхождения. Расчеты проведены для насаждений пяти типов местообитания, с четырьмя степенями ухода: слабый — 10% выборки по площади сечения, средний — 15, сильный — 20%, слабый — вначале и средний — потом. Составлены таблицы трех типов:

- 1) показатели роста насаждений и запас в кубометрах на гектар в разные возрасты;
- 2) таблицы выхода деловой древесины в разных возрастах;
- 3) ряды распределения числа деревьев по диаметру, показывающие развитие структуры насаждений.

Выявлено, что лучшие результаты дает комбинация слабого и среднего ухода, при которой не уменьшается сумма площадей сечений на гектар и мало изменяется продукция в возрасте рубки по крупности по сравнению со средним и сильным уходом. С увеличением числа уходов несколько возрастает общая продуктивность насаждений.

Впоследствии Вуокила обобщил полученные материалы и предложил модели изреживания сосновых насаждений естественного происхождения Финляндии, без деления на области роста, для восьми классов бонитета с четырьмя степенями изреживаний (кроме последних двух классов бонитета).

Методику Вуокила использовал Фриз (Fries, 1964) при изучении хода роста березовых насаждений на территории Швеции.

По этому же пути пошел Брантсег (Brantseg, 1969), составляя таблицы хода роста сосняков Юго-Западной Норвегии. Всего им составлено около 200 таблиц хода

роста; из них наиболее детальные 42 таблицы охватывают древостои семи классов бонитета, выращиваемые без ухода и с пятью степенями изреживаний (от очень слабой до очень сильной). По пятилетним интервалам приведены таксационные показатели насаждений (оставляемой и выбираемой части) до возраста 110—180 лет. После накопления материала составлены таблицы для наиболее важных местообитаний с применением промежуточных программ изреживаний с десятилетними интервалами для трех степеней интенсивности ухода.

Функции прироста построены с использованием других независимых переменных, чем у Вуокила, признанных автором более важными при регрессионном анализе. Например, прирост деревьев в высоту выражался уравнением

$$\Delta H = 7,44 + 0,018H_L + 0,02H_{L_0} + 0,003G/0,0002H_2 V \bar{N} - \\ - 0,0017H_L^2 + 0,0003H_L^3, \quad (1.40)$$

где H_L — высота, вычисленная по формуле Лорея; H_{L_0} — класс бонитета по высоте в 70 лет. Выявлено влияние на прирост по площади сечения насаждений индекса густоты, выведенного автором:

$$P_G = 0,425H_L V(N)/10D. \quad (1.41)$$

Разработанные таблицы позволяют выбирать наиболее подходящий режим изреживаний, исходя из экономических возможностей отдельных хозяйств.

Перечисленных авторов объединяют два момента: они принимают в качестве критерия оптимальности выход деловой древесины определенных размеров и качества и используют в пределах собранного материала эмпирические регрессионные модели по принципу наибольшего соответствия опытным данным, не претендую на теоретические обобщения в области закономерностей роста. В то же время имеются работы, где моделирование роста оптимальных древостоев основывается на теоретических закономерностях, а в качестве критерия оптимальности принимается чаще всего получение максимального текущего прироста всей древесины.

Наиболее ярким примером такого подхода является составление таблиц хода роста ельников Баварии Асманном и Францем (Assmann, Franz, 1965) на основе теории, разработанной Ассманом (1962). В этой работе и ряде других Ассман отмечал, что использовавшиеся ранее в качестве нормативов таблицы хода роста ошибочны и содержат слишком низкие запасы. Он выдвинул идею определения оптимальной, критической и естественной степеней полноты. Естественная — это предельно возможная сумма площадей сечений, наблюдавшаяся обычно в слабопрореживаемых насаждениях; оптимальная — обеспечивающая постоянно максимальный объемный прирост; критическая — соответствует площади сечений, при которой ожидается снижение до 95% прироста по объему от максимального значения.

После критики применяемых таблиц Ассманом и Францем (Assmann, Franz, 1965) были построены новые таблицы продуктивности для ельников Баварии с разделением их на три уровня продуктивности. Указанные авторы реализовали в таблицах следующие теоретические положения. Таблицы хода роста должны быть региональными и составляться для определенных местообитаний. Они должны давать оптимальные значения для конкретных мероприятий по уходу за насаждениями. Вместо средних высот таблицы основываются на значениях верхних высот с обозначением класса бонитета не римской цифрой, а высотой в возрасте 100 лет, что может служить основой непосредственных расчетов. Прежние таблицы имели только один уровень продуктивности, т. е. для определенной высоты в данном возрасте имелось только одно значение общей продуктивности. В новых таблицах хода роста выделено три уровня продуктивности, и ожидаемый запас оценивается много точнее. Улучшен также масштаб для оценки величины площади сечений выделением трех типичных значений. Составлены таблицы определения величины текущего прироста в зависимости от полноты на основе соотношения, предложенного Ассманом. Модель таблиц хода роста представляет собой систему уравнений в многомерном пространстве, которые связаны друг с другом поперечными соотношениями. Первая плоскость содержит указательные величины для определения бонитета по верхним высотам;

вторая — основные соотношения для установления уровня продуктивности; третья — таблица хода роста в узком смысле, по ее уравнениям делается расчет табличных значений таксационных показателей насаждений для оптимальных полнот по всем желательным классам бонитета и уровням продуктивности; четвертая — позволяет вычислить для насаждений с полнотами, отклоняющими от оптимальных значений, все важнейшие таксационные величины, в том числе и текущий прирост, на основе чего создаются редукционные таблицы текущего прироста. Следует отметить, что при построении модели использовано в основном уравнение Бакмана; например, кривая изменений с возрастом верхних высот передается уравнением

$$\log h_0 = a_0 + a_1 \log A + a_2 \log^2 A \quad (1.42)$$

(h_0 — верхняя высота, A — возраст, лет);

$$a_1 = a_{10} + a_{11} e^{\ln H_0} + a_{12} e^{\ln^2 H_0}, \quad (1.43)$$

$$a_2 = a_{20} + a_{21} e^{\ln H_0} + a_{22} e^{\ln^2 H_0}, \quad (1.44)$$

где H_0 — бонитет по верхней высоте в возрасте 100 лет.

Программа, составленная для проведения расчетов на ЭВМ, предусматривает также определение выхода деловой древесины в разном возрасте, нахождение лучшего оборота рубки, рядов распределения числа стволов и запасов по ступеням толщины. Имеется также контрольная программа для проверки, насколько таблицы хода роста совпадают с исходными значениями. Уровень продуктивности определяется по оценочной таблице, которая включает возраст, верхнюю высоту, наличную сумму площадей сечений насаждения и разницу верхнего и среднего диаметров в процентах как входные величины. Он может быть установлен по типу местообитания, так как колебания уровня продуктивности в пределах одинаковых условий местообитания очень незначительны.

Ульбрихт (Ulbricht, 1969) по данным таблиц хода роста ельников Баварии составил уравнение множественной регрессии, позволяющее вычислить текущий прирост по запасу как функцию сумм площадей сечений, высоты и возраста с погрешностью около одного

процента:

$$Z_M = a_0 + a_1 A + a_2 h + a_3 G + a_4 A^2 + a_5 h^2 + a_6 G^2 + a_7 AG + a_8 hG + a_9 hA + a_{10} AG + a_{11} hG + a_{12} AhG + a_{13} A^2 h + a_{14} hG^2 + a_{15} A^2 G^2 \quad (1.45)$$

Это свидетельствует о существовании закономерности формирования древесного прироста, которая может иметь различное аналитическое выражение.

Поляншюц (Pollanschütz, 1968) разработал метод использования данных инвентаризации насаждений на основе выборочных проб для оценки фактической и потенциальной продуктивности насаждений. Для определения общей производительности рекомендована формула

$$GWL = V_a + \sum_a^t \Delta V_v + \sum_a^t V_A, \quad (1.46)$$

где GWL — общая производительность насаждения; V_a — начальный запас насаждения в возрасте a лет; ΔV_v — средний периодический прирост остающейся части; V_A — запас выбираемой части насаждения. Таким образом, общая производительность насаждения равна начальному запасу плюс сумма периодических приростов остающегося насаждения, плюс сумма выбираемых запасов за период расчетов.

Кратко описаны особенности техники вычисления исходных показателей, используемых в этой формуле. Соотношение между средним объемом выбираемых и оставляемых стволов определяется по уравнению, предложенному Магином (Magin, 1967);

$$K = \sqrt{\frac{1}{a} e^{b \ln(N/\Delta N)}}, \quad (1.47)$$

где a и b — константы; ΔN — выбираемое число стволов; N — общее число стволов.

Запас остающегося насаждения находится через среднюю высоту, диаметр на высоте груди и диаметр на 0,3 высоты ствола. Процент прироста по запасу вычисляется по приросту в толщину и оценке значения прироста в высо-

ту, получаемой через уравнение связи высот с диаметром на высоте груди, возрастом и классом бонитета (или высотой в столетнем возрасте). По собранному материалу оценивают максимально возможные суммы площадей сечений на гектар, после чего вычисляются оптимальные полноты и проводится деление на группы полнот.

По высокополнотным пробным площадям производится оценка оптимальной площади сечений, при которой в данном возрасте наблюдается наибольший текущий прирост:

$$Z_V = (a_0 + a_1 \ln Q + a_2 \ln^2 Q)(b_0 + b \ln A), \quad (1.48)$$

где $Q = \frac{h_0}{G}$, или отношение верхней высоты к сумме площадей сечений насаждения. По низкополнотным пробным площадям составляют таблицы для редуцирования текущего прироста. Интенсивность рубок ухода оценивается по разнице средних диаметров насаждения до ухода и после него, т. е. так же, как делают Ассман и Франц. На заключительном этапе проводится сравнение средней и максимальной продуктивности насаждений.

Вопросы составления таблиц хода роста эталонных лесов, оптимальных по составу и сумме площадей сечений на гектар, рассматриваются в работах Я. К. Матузаниса и Я. К. Тауриньша (1970, 1972). Применяемый метод построения системы взаимосвязанных уравнений, описывающих ход роста оптимальных насаждений в зависимости от класса бонитета, возраста и интенсивности рубок ухода, близок к теоретическим положениям Ассмана. Проведенные ими расчеты для эталонных чистых березовых насаждений включали бонитирование древостоев на основе верхних высот, определение оптимальных и критических сумм площадей сечений, вычисление максимального текущего прироста по запасу наличного древостоя по связи с оптимальной суммой площадей сечений, возрастом (на высоте груди) и классом бонитета по верхней высоте.

Для ельников Матузанис и Тауриньш (1972) составили бонитировочную шкалу по верхней высоте на основе анализов хода роста в высоту деревьев первого

класса роста с использованием формулы

$$H_b = 1,3 + \lg A_{1,3} (H_{100} - 1,3) / (\lg 100 - 0,86) - \\ - 0,86 (H_{100} - 1,3) / (\lg 100 - 0,86), \quad (1.49)$$

где H_b — верхняя высота древостоя; H_{100} — бонитет по верхней высоте (верхняя высота древостоя в возрасте на высоте груди 100 лет); $A_{1,3}$ — возраст деревьев на высоте груди.

Оптимальная сумма площадей сечений найдена была по уравнению

$$G_0 = \frac{0,07 + 5,9 (1/A_{1,3}) + 0,005 H_{100} + 6,2 (H_{100}/A_{1,3}^2)}{0,005 + 13,75 (1/A_{1,3}^2)}, \quad (1.50)$$

а текущий прирост древостоя по запасу — по уравнению

$$J_V = 5,9 (G/A_{1,3}) + 0,07 G + 0,005 H_{100} + 6,1 (H_{100}/A_{1,3}^2) - \\ - 0,002 G^2 - 6,9 (G^2/A_{1,3}) + 123,8 (1/A_{1,3}) - 2,4. \quad (1.51)$$

Для выявления закономерностей изменения числа деревьев в зависимости от площади сечений и верхней высоты использовался предложенный Хуммелем индекс густоты (U) — выраженное в процентах от верхней высоты и возведенное в квадрат среднее расстояние между деревьями. Получена следующая зависимость:

$$U = 1,1 + 0,18 G - 0,4 H_b. \quad (1.52)$$

Для каждого возраста и бонитета вычислены соответствующие оптимальной сумме площадей сечений индексы густоты, которые были переведены затем в число деревьев.

Комплекс уравнений, приведенных выше, рекомендуется авторами для прогнозирования хода роста отдельных древостояев и их совокупности с использованием для проведения расчетов ЭВМ. Табулирование их дает ряд необходимых для практики лесного хозяйства таблиц.

Несколько не согласующиеся с теорией Ассмана выводы получены Куртисом (Curtis, 1967), который

предложил метод составления таблиц хода роста с оценкой общей продуктивности насаждений на основе использования материалов временных пробных площадей и проверил его для древостояев дугласовой пихты. В основе метода лежит применение дифференциальных уравнений для оценки текущего прироста как функции возраста, местообитания и полноты с оценкой общей продуктивности интегрированием уравнения скорости роста. При этом не требуется информации об отпаде. В окончательных формулах мгновенные ускорения были заменены приращениями, а интегрирование — суммированием по частям.

Уравнение объемов деревьев можно представить в виде:

$$V = 0,004 D^{1,84} H^{0,96}, \quad (1.53)$$

где V — объем, m^3 ; D — диаметр на высоте груди; H — высота, примененная для вычисления запаса и прироста по запасу.

Получено уравнение регрессии для оценки текущего прироста по диаметру в зависимости от диаметра в коре, из него выведено уравнение оценки текущего прироста по площади сечения и по высоте (с использованием данных определения прироста в высоту).

Уравнение для оценки текущей величины общего прироста по запасу получено дифференцированием уравнения объемов, отражающего запас класса диаметров, образованного деревьями:

$$\Delta GV/\Delta T = N \left\{ [0,0074 D^{0,84} H^{0,96} (dD/dT)] + [0,0038 D^{1,84} H^{-0,04} (dH/dT)] \right\}. \quad (1.54)$$

При этом число деревьев в классах диаметров предполагалось константным, значения высот и диаметров известны, оценки dD/dT и dH/dT имелись в распоряжении из предшествующих вычислений.

Условия местообитания (S) оценивались по бонитетной кривой значением средней высоты в возрасте 50 лет на высоте груди у 20% всех деревьев с наибольшими диаметрами. Площадь сечений выражалась отношением к ее предсказанной величине в полностью

сокинутых насаждениях (RD) и определялась по формуле

$$\Sigma G = -247,5 + 131,4(\log A)(\log S). \quad (1.55)$$

Показатели формулы: $R = 0,84$; $F = 240$, где R — множественный коэффициент корреляции; F — критерий Фишера.

Текущий общий прирост по площади сечений выражен уравнением

$$dGB/dA = 33,9(A)^{0,49}(10)^{10,08(S/A) - 0,22(1/RD)}. \quad (1.56)$$

Этот же показатель по запасу насаждений передается так:

$$dGV/dA = 0,52(A_{1,3})^{0,22}(S)^{1,37}(10)^p, \quad (1.57)$$

где $A_{1,3}$ — возраст на высоте груди; $R = 0,83$; $F = 115$;

$$p = [-0,0005(A_{1,3}) - 0,26(1/RD)]. \quad (1.58)$$

В выборке, по которой получена функция текущего общего прироста, недоставало насаждений в возрасте меньше 20 лет, поэтому уравнение общей продуктивности имело вид

$$G_{GV} = N \cdot V_{20} + \int_{20}^A (\text{функция прироста}) \cdot dA; \quad (1.59)$$

V_{20} — оцениваемый запас в возрасте 20 лет, предсказанный по регрессии в зависимости от возраста, класса бонитета и оптимальной площади сечений.

Однако функция прироста непосредственно не интегрируется, поэтому интеграл был определен приближенно:

$$\int_{20}^A (\text{функция прироста}) \cdot dA = \sum_{i>21}^{A-1} d(GV_i) + (dGV_{20} + dGV_A)/2. \quad (1.60)$$

По уравнению были рассчитаны значения общей продуктивности для насаждений с относительной площадью сечений 1,0. Чистая продуктивность по отношению к общей продуктивности в возрастном интервале 20—100 лет составила приблизительно 0,7.

Относительная площадь сечений, или полнота (RD), использовалась в предположении, что она меньше коррелирует с возрастом и классом бонитета, и в этом случае ее использование может дать более простые и легко интерпретируемые уравнения прироста.

В итоге Куртиком получено возрастание общего прироста по запасу с увеличением относительной полноты без зоны максимума, как это описано у Э. Ассмана (Assmann, 1964), так что вывод последнего о постоянстве прироста в широкой амплитуде полон сомнителен.

Несколько особняком стоят работы по изучению динамики насаждений Чарновского и Венка.

М. С. Чарновский (Czarnowski, 1961, 1964) в процессе разработки вопросов роста чистых одновозрастных насаждений обобщил работы ряда исследователей и создал оригинальную единую теорию. В качестве основных таксационных показателей им припятаны: число деревьев на единице площади (N), средний диаметр деревьев на высоте груди (d), возраст (A), высота (h) и запас на единице площади (M). Введены дополнительные понятия — фактор стесненности (z), или отношение фактического числа деревьев к нормальному, фактор уплотненности (x), или отношение фактического запаса насаждения к максимально возможному в данных условиях местообитания, и показатель местообитания (N'). Последний выводится на основе следующей гипотезы: в нормальных чистых одновозрастных насаждениях какой-нибудь породы, произрастающих на почвах одинакового местообитания, число деревьев на единице площади обратно пропорционально квадрату средней высоты насаждения и прямо пропорционально константному значению, независимо от возраста насаждения:

$$N = N'p/h^2, \quad (1.61)$$

где p — единица площади. Эта константа уменьшается

с ухудшением условий местообитания, потому и называется показателем местообитания.

Определено соотношение между средним диаметром деревьев, средней высотой и фактором стесненности, или относительной густотой насаждения:

$$d = \alpha(h - 1,3)2/(z + 1), \quad (1.62)$$

где α — коэффициент пропорциональности.

Дается взаимосвязь числа деревьев с возрастом и условиями местообитания:

$$N = P/N' \left\{ c_* \left[\ln \left(1 + \frac{A}{a} \right) - 0,386 \right] \right\}^2, \quad (1.63)$$

где c_* — константа, a — возраст максимального прироста в высоту. Исходя из положения о малой изменчивости средних таксационных показателей древостоев, растущих в одинаковых условиях местообитания и густоты, Чарновский вводит в уравнения еще ряд констант, биологический смысл которых, однако, не объясняется.

Выведено следующее уравнение определения максимально достижимого запаса насаждения:

$$M_{\max} = khN'W; \quad (1.64)$$

k и W — константы для породы. Отсюда определяется понятие напряженности насаждения, или отношения M_{\max}/h : напряженность насаждения в условиях, определяемых параметром k , при одном уровне продуктивности местообитания есть константное значение, независимо от возраста. Это наблюдение, сделанное польским лесоводом Сухецким в 1947 г., было названо принципом экологической насыщенности насаждения.

Взаимосвязь основных таксационных показателей насаждения передается уравнением

$$d = c\sqrt{M/hN'}(h - 1,3)2/(z + 1), \quad (1.65)$$

где c — константа для породы.

Предложенные Чарновским формулы позволяют проводить расчеты основных таксационных показателей

древостоев при различном хозяйственном вмешательстве и определить характер ухода для достижения конкретного целевого диаметра, который рассматривается как функция факторов стесненности, уплотненности и средней высоты насаждения.

В работе 1964 г. Чарновский (Czarnowski, 1964) расширяет область использования предложенных формул и показателей. В частности, он использует формулу Герхардта для определения текущего прироста насаждения как функции уплотненности (а не полноты):

$$\Delta M = \Delta M_{\text{норм}} \cdot X_a [(1 + K_g) - X_a \cdot K_g], \quad (1.66)$$

где ΔM — текущий прирост фактического, а $\Delta M_{\text{норм}}$ — нормального насаждений; X_a — фактор уплотненности в возрасте a ; K_g — константа.

В последние годы Г. Венк (Wenk, 1969, 1972, 1973) разрабатывает методы прогноза текущего прироста и составления таблиц хода роста отдельных насаждений на основе выведенной им функции процента прироста:

$$P_V/10 = \exp \{-c_1 t (1 - \exp [c_2 t (1 - \exp [-c_3 t])])\}, \quad (1.67)$$

здесь t — трансформированная величина возраста,

$$t = (A - 10)/10.$$

По его данным, константа c_1 зависит от древесной породы, местообитания и степени густоты насаждений. Для светолюбивых пород она больше, чем для теневыносливых, на лучших местообитаниях — больше, чем на худших. Густые насаждения имеют меньшее значение c_1 , чем изреженные. Для константы c_2 принимается обычно значение 1,0, константа c_3 учитывает различия роста в молодости при прочих одинаковых условиях.

Функция повторяет изменение процента прироста между 10 и 100 годами очень хорошо, а в более высоком возрасте дает заниженные результаты. Им рассчитана таблица процента среднепериодического годичного прироста по объему для 20—130-летних насаждений с интервалом в 10 лет при значениях констант $c_1 = 0,15—0,40$, $c_2 = 1,00$ и $c_3 = 0,40$. Прогноз запасов в будущем осуществляется умножением наличного запаса на множитель роста

$$M_{t_{10}} = 1/[1 - (P_V/10)], \quad (1.68)$$

где $M_{t_{10}}$ — множитель роста, P_Y — процент текущего прироста, определяемый по таблице.

Итог поискам в области исследований роста оптимальных насаждений подводит в известной мере работа Куртиса (Curtis, 1972), который сделал довольно детальный обзор методик изучения продуктивности насаждений. Он считает, что целью изучения продуктивности является предсказание развития насаждения как функции времени, местообитания и ухода за насаждением (причем интенсивного ухода). Старые таблицы, близкие к таблицам хода роста нормальных древостояев, основывались на слабом изреживании. С изменением взглядов на изреживание и применением аналитического аппарата новые таблицы стали сильно отличаться от таблиц нормальных насаждений. Особенность аналитического подхода заключается прежде всего в том, что нормальные таблицы продуктивности строились по замерам таксационных показателей насаждений в отдельные моменты времени, а функции прироста находились из кривых изменений запаса (или площади сечений) по возрасту или высоте их дифференцированием. При использовании данных повторных обмеров проб или определения текущего прироста приростным буравом процент прироста, или периодический прирост насаждения, логически является зависимой переменной, тогда как продуктивность оценивается суммированием приростов или как соответствующий интеграл. В интенсивно прореживаемых насаждениях большую часть отпада вырубают заранее, поэтому чистый прирост плюс промежуточное пользование приближается к общему приросту; его значение становится более важным и более устойчивым, что упрощает определение функции прироста.

Хотя доказано, что общая продуктивность интенсивно изреживаемых насаждений будет примерно та же, что и у очень густых естественных насаждений без ухода, и что прореживания будут только перераспределять этот общий прирост, но этот подход применим пока еще только в качестве предварительной оценки. Более надежно проведение наблюдений на постоянных пробных площадях, и они были основой нескольких современных таблиц. Однако высокая стоимость работ, длительность наблюдений, вероятная убыль проб и

изменения во взглядах за долгий период наблюдений приводят к широкому использованию временных пробных площадей. При их подборе в достаточной амплитуде условий местообитания и режимов воспитания насаждений могут быть выведены функции прироста и построены таблицы продуктивности для предлагаемых режимов ухода. Однако возможны серьезные ошибки из-за короткого промежутка времени, за который определяется прирост, в результате его значительных колебаний от года к году. Корректировка значений прироста редко используется в работах по изучению продуктивности.

Как весьма перспективный, быстро развивающийся подход, обещающий новые возможности в познании динамики насаждений. Куртис отмечает метод моделирования роста насаждений на основе изучения деревьев. Вычислительная техника дает возможность развивать и детализировать математические модели, используя деревья как отдельные элементы. Степень прироста индивидуума в отдельные этапы может быть выражена как некоторая функция удаления и размеров ближайших соседей плюс случайная компонента, представляющая генетические различия и случайные воздействия.

Вычислительные машины влекут за собой революцию в изучении прироста и продуктивности. Тщательно разработанный регрессионный анализ сейчас обще принят, и методы моделирования используются в возрастающих размерах. Вместе с этим встречается иногда некритичное применение исключительно эмпирических регрессионных моделей в надежде, что ЭВМ как-нибудь сможет извлечь смысл из несовершенных измерений и недостаточно хорошо распределенных данных.

В принципе таблицы продуктивности должны основываться на материале, содержащем все комбинации возраста, условия местообитания и ухода за насаждениями, для которых могут потребоваться оценки. На практике это сделать невозможно, поэтому всегда будет осуществляться экстраполяция соотношений. Опасность ошибок станет меньше для логически построенной модели с предусмотренными заранее ограничениями крайних значений, согласующейся с результатами имеющихся опытов.

На этом можно закончить обзор методов изучения хода роста, сформулировав в заключение те основные выводы, которые были взяты за отправные моменты при проведении наших исследований.

ВЫВОДЫ ПО МЕТОДАМ ИЗУЧЕНИЯ ХОДА РОСТА ДРЕВОСТОЕВ

Разнообразие приемов и методов выявления закономерностей роста древостоев свидетельствует о том, что еще не найдены самые экономические из них, поэтому требуется работа по выбору наиболее эффективных и логически обоснованных. При этом прежде всего следует четко выделить объект изучения, для которого будут выявляться закономерности, и уточнить, имеется ли соподчиненность этих закономерностей. Необходимо сделать выбор между использованием показателей роста или прироста в качестве независимых переменных и проанализировать информацию, которая может быть получена из анализа хода роста отдельных деревьев.

Проблема классификации древостоев по производительности (или продуктивности) заслуживает отдельного рассмотрения, поскольку решение ее возможно несколькими путями, с предпочтением одного.

Закономерности роста древостоев могут рассматриваться для совокупности, включающей насаждения различных уровней продуктивности, и при фиксированном уровне. Видимо, у каждого из этих подходов есть преимущества и недостатки, требующие освещения.

И наконец, мало изучен вопрос динамики полога крон в древостоях, приобретающий большое значение в связи с изучением закономерностей продуктивности фотосинтеза и пространственной организации фотосинтезирующих сообществ.

Относительно нашего исследования во введении указано, что объектом служили чистые одновозрастные сосновые древостои Минусинской лесостепной котловины, затронутые рубками ухода слабой интенсивности или росшие вообще без ухода (разделение их не сделано). Вследствие незначительной представленности молодняков естественного происхождения в исследование

включено несколько пробных площадей, заложенных в культурах сосны I—II классов возраста. Указанные отклонения от принципов разделения исходного материала увеличили изменчивость нашей совокупности и погрешности выравнивания, но вряд ли повлияли на окончательные выводы.

Можно согласиться с Куртисом относительно того, что таблицы хода роста должны показывать изменение продуктивности древостоев и основных таксационных показателей в зависимости от их возраста и условий местообитания.

Все процессы роста развиваются во времени, выступающем масштабом при сравнении различных вариантов лесовыращивания, поэтому учет возраста необходим. Кроме того, интенсивность жизненных процессов растений тесно связана с их возрастом, отчего необходимо находить форму связи конечного результата этих процессов — накопленного запаса с возрастом древостоев. Указанная взаимосвязь будет меняться в зависимости от обеспеченности растений элементами водного и минерального питания, поэтому требуется использовать также показатель условий местообитания. Однако в качестве третьей независимой переменной использование полноты, на наш взгляд, неправомерно. Полнота — комплексный показатель, который в общем может быть одинаковым при разных сочетаниях числа стволов и среднего диаметра насаждений, и его целесообразно получать при последующих расчетах как произведение более просто определяемых признаков. Фактически при рубках ухода и отпаде изменяется число стволов, а полнота — только расчетная величина, вычисляемая при камеральной обработке. Для относительной полноты нет еще достаточно надежных критериев ее установления. В качестве третьей независимой переменной следует использовать густоту, или число стволов на единице площади. Все остальные переменные, за немногим исключением, корреляционно связаны с указанными независимыми переменными и исследование их влияния будет исследованием опосредованного воздействия этих трех переменных, а поэтому будет характеризоваться меньшей теснотой связи. В случае выделения групп древостоев, однородных по условиям произрастания, остается только две независимых переменных — возраст и густота.

ГЛАВА II

РОСТ ДЕРЕВЬЕВ

ЦЕЛИ ИЗУЧЕНИЯ

Изучение роста отдельных деревьев важно в связи с возможностью использования закономерностей, выявленных для конкретных особей, при описании роста их совокупностей — древостоев. Рост организма или отдельных органов обычно определяют как увеличение размеров, измеряемых линейными единицами длины, площади, объема или веса. У дерева нас наиболее интересует рост таких непосредственно измеряемых величин, как диаметр (площадь сечения) на высоте 1,3 м от уровня почвы, высота и объем ствола. Эти показатели находят при анализе хода роста ствола отдельного дерева, методика которого хорошо разработана и описана. В результате получают значения роста, достигнутые деревом к определенному возрасту. Графическое изображение этих величин в зависимости от возраста показывает кривую роста ствола по использованному показателю.

Такие кривые изменения с возрастом наибольших высот в насаждениях использовал Б. А. Шустов (1914) при составлении таблиц хода роста порослевых дубовых насаждений Южной России, выравнивая, согласно характеру их изменения, средние высоты насаждений. При выравнивании видовых чисел насаждений в качестве придержек он применял кривые изменений с возрастом видовых чисел деревьев первого класса роста.

А. Н. Карпов (1955) рекомендовал при изучении хода роста насаждений использовать данные анализов хода роста пяти модельных деревьев из средней ступени толщины для определения хода роста насаждений по среднему диаметру и средней высоте, а также для вычисления средних значений коэффициентов формы стволов в разных возрастах.

Аналогичный вывод сделал В. К. Захаров (1956), указавший на возможность проследить динамику изменений с возрастом средних диаметров и средних высот древостоев, используя материалы анализов хода роста 12—15 модельных деревьев, взятых в насаждениях предельного возраста.

Б. Ф. Лебков (1965) в методике составления таблиц хода роста отдельного древостоя предлагает использовать анализы хода роста 15—25 модельных деревьев (в том числе пяти самых крупных) для составления графиков высот древостоев в разные возрасты, определения верхней границы изменения с возрастом диаметров деревьев на высоте груди с целью нахождения среднего диаметра через редукционные числа, построения прямых линий объемов по способу Копецкого для разных возрастов с последующим определением запасов древостоев.

Как видно из этих примеров, постоянно возрастает количество данных, получаемых при анализе роста стволов, которые могут быть использованы при изучении роста насаждений.

Однако анализ можно расширить, причем за счет показателей именно динамики деревьев, а не статики, как это предлагается в абсолютном большинстве случаев.

Мы не имеем в виду выявление связи прироста отдельных деревьев с расстоянием до соседей и их размерами, как делается в скандинавских методиках, поскольку этот вопрос связан с характеристикой размещения деревьев по площади и их дифференциацией и заслуживает отдельного рассмотрения.

Прежде всего здесь следует отметить, что такие обобщения могут быть сделаны при использовании тех или иных аналитических выражений хода роста деревьев по отдельным таксационным показателям. В нашей литературе попытки такого выражения освещены недостаточно, поэтому остановимся на них подробнее. При этом могут быть получены выражения зависимости результатов роста от времени и изменений одного показателя в связи с изменениями другого, при исключении влияния времени, или относительный рост. Эти вопросы и будут рассмотрены подробно в последующих разделах настоящей главы.

РОСТ ДЕРЕВЬЕВ КАК ФУНКЦИЯ ВРЕМЕНИ

Более ста лет назад Саксом (Sachs, 1873) было сформулировано положение о большом периоде роста, выражаемом S-образной кривой, и о соответствующей параболической кривой прироста. Это положение многократно подтверждено в последующие годы и относится к наиболее обоснованным и важным биологическим принципам. Закономерность, названная большим периодом роста, заключается в том, что кривая роста, начинаясь от нуля, поднимается вверх до точки перелома сначала медленно, а затем все круче, а после точки перелома подъем ее постепенно уменьшается и она асимптотически приближается к конечному значению. Кривая прироста начинается также в нуле, повышаясь сначала медленно, а затем более быстро до максимального значения, обнаруживая при этом перелом; после максимума она быстро убывает до второго перелома, а после него — все медленнее, приближаясь в бесконечности к нулю.

Между кривой роста $y = f(x)$ и кривой прироста $y_1 = f_1(x)$ существует тесное соотношение, заключающееся в том, что функция прироста является первой производной от функции роста $y_1 = y' = dy/dx$, или мерой прибавления кривой роста в любой момент. Наоборот, ордината кривой роста представляет собой сумму всех прежних годичных приростов. Интегрированием кривой прироста получается кривая роста. Средний прирост вычисляется делением общей величины значения роста на возраст — $y_2 = y/x$. Кривая среднего прироста имеет, как и кривая текущего прироста, одну вершину, но повышается медленнее и так же медленнее спадает. Точка их пересечения (при изображении двух кривых прироста на одном графике) приходится на момент кульминации среднего прироста.

Величина процента текущего прироста, вычисляемая в лесной таксации по приближенным формулам, есть не что иное, как относительная скорость роста (отношение функции прироста к функции роста), выраженная в процентах: $p = y'/y \cdot 100\%$ (Турский, 1924).

В общем случае S-образную, или сигмоидную, кривую роста делят на две ветви — возрастающую, или

экспоненциальную, и затухающую, или логарифмическую. Соотношение этих двух частей очень разнобразно и зависит от ряда внешних и внутренних условий, их равенство — частный, редко представленный случай.

Различия в темпах роста связывают с содержанием в растущих клетках нуклеопротеидов, определяющая роль которых в процессах синтеза белков, роста и размножения может считаться достаточно установленной (Сабинин, 1963). При разном световом режиме, различной обеспеченности минеральным питанием, неодинаковом возрастном состоянии можно ожидать различий в ходе кривых роста.

Задача заключается в установлении степени общности процессов роста при разных условиях внешней среды и неодинаковой степени взаимовлияний деревьев друг на друга внутри насаждений.

Число конкретных уравнений роста, предложенных в разное время исследователями, давно уже перевалило за сотню, и увеличивается с каждым годом. Математический анализ значительного количества их проведен В. Пешелем (Peschel, 1938), а техника расчетов параметров показана на ряде примеров в работе М. Продана (Prodan, 1961).

Пешель указывает, что наиболее общий способ проверки предложенных формул заключается не в использовании числовых примеров, а в анализе, повторяют ли они существенные точки кривых роста и прироста. При этом большее значение им придавалось кривой прироста как более дифференцированной (имеет две нулевые точки при $x = 0$ и $x = \infty$, максимум и две точки перегиба). И только для кривых, отвечающих этим требованиям, имеет смысл проводить проверку методом наименьших квадратов на материале, охватывающем возможно большую часть кривой роста. Только в этом случае можно рассчитывать, что полученные закономерности годятся не только для интерполяции, но также и для экстраполяции. Кроме того, он отмечал, что формула не должна содержать большое число констант, поскольку повышение точности с числом констант служит признаком приближенной формулы.

Все формулы Пешелем разделены на две группы: выведенные путем формально-математических построений

ний и сконструированные на основе энергетических представлений.

После анализа уравнений первой группы Пешель приходит к заключению, что можно достичь хороших результатов применением формулы Леваковича (Lewakowic, 1935):

$$y = a/(1 + b/x)c, \quad (2.1)$$

которую он предлагает преобразовать в форму, удобную для расчетов, разложением в ряд:

$$1/y = a_0 + a_1 1/x + a_2 1/x^2 + \dots + a_n 1/x_n. \quad (2.2)$$

Отмечает он также формулу Корсуня (Korsun, 1935):

$$y = ae^{b\ln x + c\ln^2 x}, \quad (2.3)$$

преобразующуюся в линейное уравнение, легко решаемое через определители для нахождения констант с использованием метода наименьших квадратов.

Относительно формул второй группы им установлено, что формула Хугершофа (Hugershoff, 1936) .

$$y' = ax^2 e^{-cx} \quad (2.4)$$

довольно хорошо подходит для определения объема дерева, а уравнение Мичерлиха (Mitscherlich, 1919) в частном случае при $n = 2$

$$y = y_{\max}(1 - e^{-cx})^2 \quad (2.5)$$

вполне пригодно при исследовании хода роста дерева в высоту.

Однако действительных законов роста еще не найдено. Пешель предостерегает от широких экстраполяций при использовании функций роста.

М. Продан (Prodan, 1961) придерживается предложенного Пешелем деления функций на две группы, но отмечает, что с прогрессом науки энергетические представления получают большее значение. В то же время при правильном подходе формальные выводы должны совпадать с полученными из энергетического рассмотрения результатами.

В своей работе он подробно останавливается, кроме упомянутых выше, на функции роста Бакмана

$$\log y = k_0 + k_1 \log x + k_2 \log^2 x, \quad (2.6)$$

во многих случаях дающей хорошие результаты. В конечном итоге М. Продан пришел к заключению, что общая формула прироста имеет вид

$$y' = k_1 x^m e^{-hx} \quad (2.7)$$

и что дифференциальное уравнение Пирсона для распределения частот

$$dy/dx = y(m - x)/(a + bx + cx^2) \quad (2.8)$$

включает большинство кривых прироста.

При использовании наряду с арифметической шкалой для времени также и логарифмической могут быть хорошо повторены этим уравнением типичные формулы кривой прироста. Отдельные же функции роста могут давать хорошее приближение в конкретных случаях, без претензий на всеобщность. Однако в целом факторы роста и торможения много комплекснее, чем предполагалось отдельными авторами в конкретных уравнениях.

Нами была проведена проверка возможности выравнивания по некоторым уравнениям показателей роста деревьев по диаметру, высоте и объему.

Показательная (экспоненциальная) функция. Рост по экспоненте происходит, как отмечалось многими, только в первый период жизни организмов. Н. А. Недвецкий и В. С. Чуенков (1973) применяли ее для описания роста деревьев в высоту до 40 лет. Для роста деревьев по диаметру и объему наблюдается хорошее выравнивание до возраста 80—100 лет. Расчет по уравнению вида

$$y = ax^b \quad (2.9)$$

проводился методом наименьших квадратов с поправкой на переход к логарифмической системе координат (Мелентьев, 1962; Румышский, 1971), которая вводилась при расчетах во всех других аналогичных случаях.

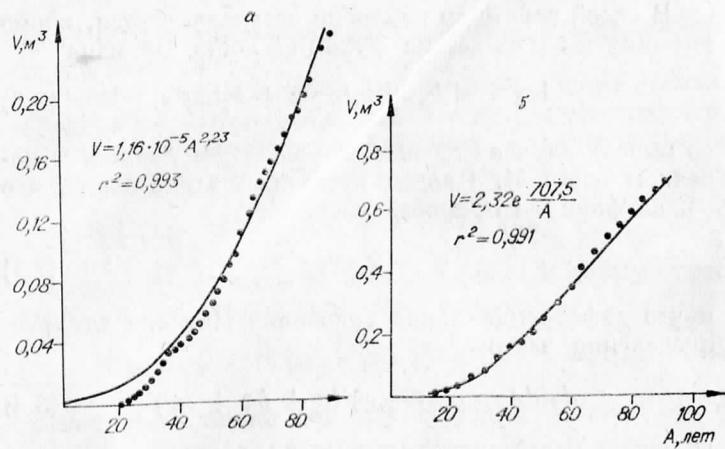


Рис. 1. Выравнивание хода роста дерева по объему с использованием показательной функции (а) и функции Теразаки (б).

Выравнивание объемов модельных деревьев показано на рис. 1, а. Заметно, что уравнение не отражает действительного изменения объемов со временем, где проявляется переход от вогнутой к выпуклой части кривой большого роста, поэтому его можно использовать только для оценки в первом приближении. При мерно в 90% случаев величина r^2 при расчетах по этому уравнению значений объемов получена в пределах 0,970—0,995. Уравнение относительной скорости роста имеет форму простой гиперболы:

$$y'/y = b/x. \quad (2.10)$$

При выравнивании по уравнению (2.9) значений диаметров получается лучшее соответствие, чем для значений объемов.

Функция Теразаки. Одна из наиболее простых S-образных кривых была предложена в 1915 г. японским лесоводом Теразаки для изучения роста деревьев (Radonjić, 1964):

$$y = ae^{-b/x}. \quad (2.11)$$

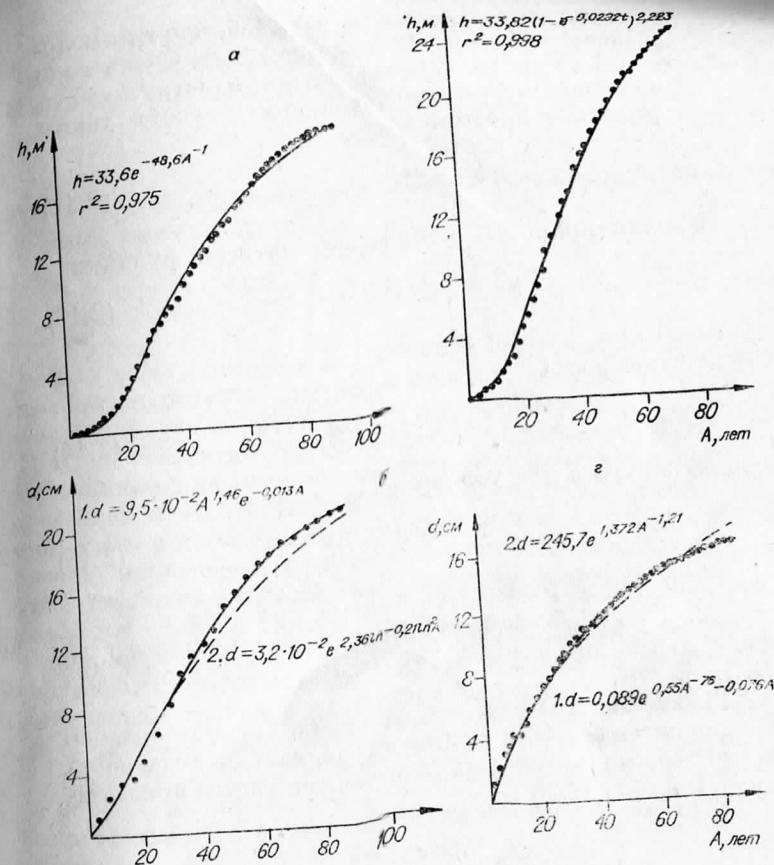


Рис. 2. Выравнивание хода роста дерева.
а — в высоту с использованием функции Теразаки; б — по диаметру с использованием уравнений Кормилера (1) и Корпсунга (2); в — в высоту согласно уравнению Шимека; г — по диаметру — уравнения Шимека (1) и Корфа (2).

Для выравнивания средних таксационных показателей древостоев в связи с возрастом по данным для сосны из всеобщих таблиц хода роста А. В. Тюрина ее использовал А. В. Баганов (1956). Нами оно было проверено на материалах анализа хода роста стволов отдельных деревьев. Выяснилось, что это уравнение больше подходит для выравнивания хода роста деревьев по объему

(см. рис. 1, б), а в некоторых случаях (обычно для молодых деревьев) и роста в высоту (рис. 2, а). Очень мало оно соответствует росту деревьев по диаметру.

Уравнение относительной скорости роста также имеет довольно простой вид

$$y'/y = b/x^2. \quad (2.12)$$

Кривая прироста, полученная из этой функции

$$y' = (ab/x^2)e^{-b/x}, \quad (2.13)$$

равна 0 при $x = 0$ и $x = \infty$.

Ускорение роста

$$y'' = (ab/x^3)e^{-b/x}(2 - b/2) \quad (2.14)$$

равно 0 только при условии, когда

$$2 - b/x = 0, \quad (2.15)$$

что дает точку максимума кривой прироста при $x = b/2$. Таким образом, эта кривая не выполняет всех формальных требований, указанных для кривой роста В. Пешелем.

Уравнение Коллера. Это уравнение использовалось Коллером еще в 1878 г. для выравнивания хода роста деревостоев по высоте и другим таксационным показателям (Peschel, 1938)

$$y = ax^b c^{-cx}. \quad (2.16)$$

Первая производная от него имеет вид

$$y' = ax^{b-1}e^{-cx} (b - cx^{-1}), \quad (2.17)$$

а относительная скорость роста

$$y'/y = b/x - c. \quad (2.18)$$

В принципе оно применимо для выравнивания текущего прироста:

- 1) при $x = 0$ также $y = 0$;
- 2) при $x = \infty$ и $y = 0$;

3) она имеет две точки перегиба;

4) у нее есть максимум.

Максимум находится в точке, где

$$x = b/c. \quad (2.19)$$

Точки перегиба расположены слева и справа от максимума на расстоянии $\sqrt{b/c}$

$$x_1 = \frac{b + \sqrt{b}}{c}; \quad x_2 = \frac{b - \sqrt{b}}{c}. \quad (2.20)$$

Однако интегрирование его в явном виде невозможно, поэтому применять для выравнивания текущего прироста это уравнение не всегда целесообразно.

К. Е. Никитин (1966) применял уравнение (2.16) для определения максимума среднего прироста деловой древесины, а И. И. Мезенцева (1968) — для выравнивания запасов по таблицам хода роста разных авторов и расчета процентов текущего прироста. По нашим данным, наиболее пригодно оно для выравнивания хода роста деревьев по диаметру.

Формулы Корсуня и Бакмана. Ф. Д. Корсунь (1967) указывает применяемое им еще с тридцатых годов при составлении таблиц хода роста уравнение

$$y = ae^{b \ln x + c \ln^2 x}. \quad (2.21)$$

Относительная скорость роста определяется выражением

$$y'/y = (b + 2c \ln x)/x. \quad (2.22)$$

Уравнение (2.21) использовалось для выравнивания роста деревьев по диаметру параллельно с уравнением Коллера, но дало несколько худшие результаты (см. рис. 2, б).

Это уравнение также в 30-е годы Бакман использовал для выравнивания кривой текущего прироста, все характерные особенности которой оно повторяет.

Методы вычисления констант этой функции и опыт ее применения к выравниванию хода роста деревьев по различным показателям описывают Вайе (Weihe,

1961), Либольд (Liebold, 1962), Г. Томазиус (Thomasius, 1962, 1965), В. Корф (Korf, 1967). О. С. Ватковский (1968) применил ее для выравнивания среднего прироста таксационных признаков. Особенно подробно изучена эта формула Томазиусом, отмечавшим ее основные недостатки: занижение значений в молодом возрасте (в связи с чем Бакман предлагал период роста разделить на три цикла и формулу использовать только для последнего), жесткое соотношение между конечным значением признака (y_{\max}) и достигнутым к моменту максимального текущего прироста (y_m)

$$y_m = 0,1587 y_{\max}, \quad (2.23)$$

не всегда соблюдающееся в росте организмов; использование показателей текущего прироста, определяемых как разность двух значений с большими ошибками.

Формула Мичерлиха. Полученная для выражения зависимости роста растений от плодородия почвы, формула А. Мичерлиха (Mitscherlich, 1919) стала применяться и для выравнивания значений роста в зависимости от времени. Аналогичное выражение (уравнение (1.5)) получили В. Н. Дракин и Д. И. Вуевский (1940).

Первая производная будет равна

$$y' = y_{\max} (1 - e^{-kx})^{m-1} km \cdot e^{-kx}, \quad (2.24)$$

а относительная скорость роста

$$\frac{y'}{y} = \frac{km}{e^{kx} - 1}. \quad (2.25)$$

Точка перегиба находится по формуле

$$x_M = \frac{1}{k} \ln m, \quad (2.26)$$

а величина максимума

$$y_m = y_{\max} (1 - 1/m)^m. \quad (2.27)$$

Из формулы (2.27) следует, что отношение y_m/y_{\max} тесно связано с величиной m

m	1,5	2	3	4	30	∞
y_M/y_{\max}	0,192	0,25	0,296	0,315	0,362	0,368

А. Мичерлих (Mitscherlich, 1956) отмечает, что константа пропорциональности прироста k тесно связана с предельным значением y_{\max} .

Способ расчета параметров уравнения (1.5), предложенный В. Н. Дракиным и Д. И. Вуевским, улучшили О. А. Трулль (1966) и К. Е. Никитин (1969). По описанному в работе К. Е. Никитина алгоритму и проводился расчет параметров этого уравнения. По нашим данным, оно наиболее пригодно для выравнивания зависимости от времени роста в высоту, меньше — по объему и еще меньше — по диаметру.

Уравнение В. Корфа и И. Шимека. Как отмечается в монографии М. Выскота и др. (Vyskot e. a., 1971), В. Корф предложил использовать для описания роста деревьев уравнение

$$y = Ae^{k/(1-n)x^{n-1}}, \quad (2.28)$$

для которого относительная скорость роста имеет выражение

$$y'/y = k/x^n. \quad (2.29)$$

В своей недавней работе В. Корф (Korf, 1973) использовал предыдущее уравнение для установления средней линии поля рассеивания высот по данным 492 пр. пл., заложенных в еловых древостоях Чехословакии. Вычислены параметры средней кривой и огибающих, кульминация текущего годичного прироста x_1 , среднего годичного прироста x_2 и их отношения $\tau = x_2/x_1$

$$x_1 = \sqrt[n-1]{\frac{k}{A}}, \quad (2.30)$$

$$x_2 = \sqrt[n-1]{k}. \quad (2.31)$$

И. Шимек (Simek, 1967) для хода роста древостоев рекомендует несколько более сложную функцию

$$y = Ae^{k/(1-\alpha)x^{1-\alpha}-\beta x}, \quad (2.32)$$

сходную с вышеприведенной, но дающую перегиб после

достижения предельного значения. Относительная скорость роста находится по формуле

$$y' = k/x^\alpha - \beta. \quad (2.33)$$

Примеры расчетов по этим уравнениям показаны на рис. 2, в и 2, г. Расчет проводился предварительно для параметров в формулах относительной скорости роста, затем находилось значение параметра А. Уравнение, аналогичное формуле (1.32), предложено И. Михайловым (Michajlow, 1952) и Б. Б. Зейде (1971):

$$y = Ae^{-bx-c}. \quad (2.34)$$

Формулы Леваковича и Радонича. А. Левакович (Levacović, 1935) предложил несколько уравнений для выравнивания аналитической формы закона роста (включающих три и четыре параметра). В. Пешель (Peschel, 1938) относит их к эмпирическим и выделяет, как уже было сказано, только формулу (2.4).

Первая производная от формулы (2.4) равна

$$y' = abc/x^2(1 + b/x)^{-(c-1)}, \quad (2.35)$$

а относительная скорость роста

$$y'/y = bc/x^2(1 + b/x) = bc(x + b)/x^3. \quad (2.36)$$

Остальные использованные им уравнения относятся также к дробно-рациональным функциям и отличаются только степенью, в которую возводят независимую переменную. Усложнение приводит к тому, что кривые начинают утрачивать S-образный характер и передают уже случайные отклонения, встречающиеся в исходном материале.

М. Радонич (Radonjić, 1964) показывает связь уравнений Леваковича с функцией роста Госсфельда, применяющейся с 1822 г.

$$y = kx^2/(x^2 + 2px + q) \quad (2.37)$$

и предлагает, в свою очередь, уравнения, являющиеся усложнением показательно-степенной функции (2.16).

Например:

$$y = k[x/(x + p)]^c e^{a/x + p}. \quad (2.38)$$

В этой формуле параметр p находится методом последовательного приближения, остальные три — методом наименьших квадратов.

Проведенные расчеты по функции Госсфельда (2.37) показали ее пригодность для выравнивания хода роста по диаметру. Это же подтвердило опыт расчетов по уравнению (2.2), где последовательно вычислялись 1, 2, 3 и 4 члена этого ряда. Для выравнивания диаметров в большинстве случаев оказалось достаточно первых двух членов ряда:

$$1/y = a_0 + a_1/x + a_2/x^2, \quad (2.39)$$

что соответствует формуле Госсфельда. Если в правой части выражения (2.37) разделить числитель и знаменатель на kx^2 , то получим

$$y = 1/(1/k + 2p/kx + q/kx^2), \quad (2.40)$$

что можно представить в виде

$$1/y = 1/k + 2p/kx + q/kx^2, \quad (2.41)$$

полностью совпадающим с формулой (2.39). Примеры расчетов по формуле (2.39) приведены на рис. 3.

Вполне понятно, почему для выравнивания роста деревьев по диаметру на высоте груди достаточно эмпирической формулы. Вследствие того, что рост в начальные годы жизни не зафиксирован на этом срезе, кривая роста по диаметру обычно не имеет перегиба в нижней части и утрачивает S-образный характер, присущий дереву при росте в толщину, например, на высоте пня или у шейки корня. Можно выделить группу уравнений, имеющих похожее выражение для относительной скорости роста. Наиболее общим из них будет уравнение (2.33):

$$\hat{y}/y = k/x^\alpha - \beta.$$

При $\beta = 0$ получается выражение относительной скорости роста для уравнения Корфа, при $\alpha = 1$ — для формулы Коллера, при $\alpha = 2$ и $\beta = 0$ — для фор-

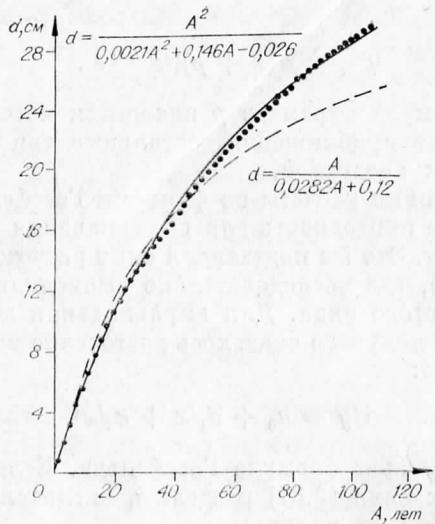


Рис. 3. Выравнивание хода роста дерева по диаметру (формула Леваковича).

мулы Теразаки, при $\alpha = 1$ и $\beta = 0$ — для экспоненциальной функции. Все их можно использовать для выравнивания хода роста по диаметру и объему.

Для хода роста по высоте наиболее пригодно уравнение Мичерлиха, в отдельных случаях можно применять функцию Теразаки.

Следует отметить, что нет принципиальных различий между уравнениями, пригодными для выравнивания в зависимости от возраста таксационных показателей отдельных деревьев и древостоев. Если для деревьев в пределах древостоя получается веер кривых, то линия изменения с возрастом средних показателей древостоя пересекает этот веер, не выходя за его пределы и сохранив определенное подобие с ним. Это наглядно показано в работе Века (Weck, 1955). Имеющееся разнообразие способов аналитического выравнивания процессов роста очень велико, и для выбора между ними нужна определенная систематизация. Прежде всего требуется решить вопрос о выборе показателей, которые следует выравнивать (показатель роста, текущего или среднего прироста, относительного роста и т. д.).

Самый простой вид имеет кривая относительной скорости роста (процента текущего прироста) с максимальным значением в единицу (или сто процентов) в первый год, а затем монотонно убывающая, приближаясь асимптотически к нулю. Поэтому так много исследователей используют ее при выравнивании фактических данных. Наиболее сложный вид у кривой текущего прироста, которую аппроксимируют гиперболой, выпуская из рассмотрения период до максимума кривой. Кривые роста и среднего прироста занимают по сложности промежуточное положение.

Имеются некоторые данные, свидетельствующие против использования показателей текущего прироста при построении таблиц хода роста. Так, А. Странд (Strand, 1967) отмечает, что различные формулы, предложенные для прогноза текущего прироста и применяемые для составления таблиц хода роста, пригодны только для коротких периодов. Ошибки за малые периоды коррелируют друг с другом, поэтому общие ошибки уравнений не могут быть вычислены непосредственно из них. Странд иллюстрирует этот факт данными по 16 постоянным пробным площадям в еловых насаждениях с 30-летним периодом наблюдений. При независимых ошибках коротких периодов общая погрешность вычисления текущего прироста не должна превышать теоретически 7—9%, а она составила в действительности 12—14%.

Учитывая это, целесообразней выравнивать в зависимости от возраста непосредственно показатели роста. В этом случае одновременно решается задача определения «нормы» прироста, или устранения влияния на прирост отклоняющих влияний климата и других внешних воздействий, и учета долговременной тенденции, или влияния роста, при дендроклиматических и дендрохронологических исследованиях.

ОТНОСИТЕЛЬНЫЙ РОСТ

Наряду с установлением закономерностей роста живых организмов в зависимости от времени в биологии также широко изучается относительный рост, т. е. изменение размеров одного органа или показателя размеров растения (животного) в зависимости от роста

другого, более доступного для измерений органа или показателя. Изучение относительного роста основывается на том, что каждый индивидуум представляет собой организованную и целостную систему, сохраняющуюся в сложных изменяющихся условиях внешней среды. Эта система регулирует протекающие в ней процессы в соответствии с определенной нормой, обусловленной генетической конституцией. Поэтому рост отдельных органов или одного органа по разным направлениям согласуется между собой и проявляется определенная корреляция их размеров (Синнот, 1963).

Когда сравниваются размеры двух частей одной и той же растущей системы, или два измерения размеров растущего органа, то в большинстве случаев отношение скоростей их роста постоянно, хотя абсолютные величины скоростей могут различаться. Эта закономерность описывается уравнением вида

$$y = ax^b, \quad (2.42)$$

где y — величина одной переменной; x — другой; a — величина y при значении x , равном единице; b — отношение скоростей роста переменных y и x .

Впервые постоянство относительного роста было выявлено работами зоологов, среди которых наибольшее внимание ему уделил Гексли (Huxley, 1932). По предложению Берталанфи эта закономерность получила название «аллометрического закона роста».

Применительно к древесным породам относительный рост изучался Г. Томазиусом (Thomasius, 1963). Он отмечает, что эмпирическим путем была установлена возможность использования этого закона для выявления соотношений в росте дерева в толщину, в высоту и по объему. Однако диаметр на высоте груди определяется в стереометрически неравноценном месте ствола, поэтому, по его мнению, соотношение между объемом ствола и диаметром на высоте 1,3 м трудно выразить математически.

Только при диаметре дерева больше 10 см можно приближенно считать рост по объему пропорциональным росту по диаметру. Для сосны по 20 анализам хода роста ствола им установлено, что значение параметра a колеблется в пределах от 10^{-4} до 10^{-5} , параметра

b — от 2,7 до 3,5, со средним результатом $b = 3,05 \pm 0,04$ и коэффициентом изменчивости 6,9%. Такие же вычисления были проведены по анализам хода роста стволов других древесных пород.

Томазиус определил также зависимость запаса от средней высоты сосновых насаждений по материалам таблиц хода роста. Параметры уравнения не показали связи с классом бонитета, меняясь для b — от 1,44 до 1,62 и для a — от 5,61 до 8,23. Связь запаса со средним диаметром оказалась слабее, чем с высотой. Следовательно, рост насаждений в высоту находится в строгом соответствии с продуктивностью на единицу площади, выраженной аллометрическим уравнением. Этот результат подтверждает положение, что лесоводственные мероприятия, проводимые в нормальных границах, не влияют на рост в высоту. Выводы, сделанные Томазиусом, свидетельствуют о перспективности изучения аллометрического роста деревьев, поскольку полученные закономерности возможно распространить на древостоя.

Несколько в ином плане построена работа Гемпеля (Hempel, 1968), исследовавшего рост по объему в зависимости от роста по диаметру на 1,3 м и высоты ствола для 9 деревьев кедра и 15 деревьев пихты сибирской из района Телецкого озера (Алтай). Он приводит некоторые соображения о зависимости параметра b аллометрического уравнения от размеров деревьев, степени сблизистости их и возраста, но небольшой объем материала не позволяет сделать окончательные выводы. Случай перелома прямой в логарифмической системе координат Гемпель объясняет изменением условий роста деревьев (свободное стояние после угнетения).

Практическое значение формул он видит в возможности быстрого определения объемов стволов по значению одной из составляющих, в частности, диаметра. По средним параметрам уравнения связи V и $d_{1,3}$ вычислены таблицы объемов стволов кедра и пихты (без коры) и сравнены с имевшимися ранее таблицами.

В соответствии с гипотезой о показателе пространства роста (Hempel, 1965) проведено воссоздание условий окружения отдельных деревьев сравнением аллометрических коэффициентов для соотношений высот и диаметров с объемами стволов. По его мнению, кедры рос-

Таблица 1

Значения параметров уравнений, показатели их изменчивости и теснота связи признаков

Показатель	Параметр		
	a_1	b_1	a_2
Предел колебаний	0,43—2,01	0,71—2,01	0,45—2,27
Среднее значение	0,480	1,059	0,960
Ошибка среднего	0,029	0,019	0,022
Коэффициент изменчивости	41,8	19,7	25,8
Теснота связи показателей	0,92—0,99		0,85

ли без угнетения, поскольку коэффициент b для соотношений высот и объемов несколько меньше, чем для диаметров и объемов, а пихты — в условиях от половинного угнетения до полного, что также выведено из сравнения величин этого коэффициента. В заключение отмечается необходимость уточнения предложенной схемы.

Таким образом, нами установлено большое теоретическое и практическое значение изучения относительного роста древесных организмов. Однако вопрос этот еще не получил достаточного освещения. Поэтому была поставлена задача по анализам хода роста стволов сосны, имевшихся в нашем распоряжении, изучить закономерности относительного роста и рассмотреть возможности его использования в практике. По анализам хода роста 165 стволов сосны были рассчитаны параметры следующих уравнений:

$$h - 1,3 = a_1 d^{b_1}; \quad (2.43)$$

$$d = a_2 (h - 1,3)^{b_2}; \quad (2.44)$$

$$V = a_3 d^{b_3}; \quad (2.45)$$

$$V = a_4 h^{b_4}. \quad (2.46)$$

Пределы колебаний этих параметров и других признаков для всего материала приведены в табл. 1.

Следует отметить, что для удобства расчетов на ЭВМ значения высот вводились в метрах, диаметров — в сан-

уравнения	b_2	a_3	b_3	a_4	b_4
	b_2	a_3	b_3	a_4	b_4
	0,71—4,40	$0,101 \cdot 10^{-5}$ $0,390 \cdot 10^{-3}$	2,14—4,19	$0,2 \cdot 10^{-5}$ $0,44 \cdot 10^{-3}$	1,86—4,07
	1,046	$0,84 \cdot 10^{-4}$	2,816	$0,68 \cdot 10^{-4}$	3,051
	0,010	$0,5 \cdot 10^{-5}$	0,023	$0,6 \cdot 10^{-5}$	0,033
	13,4	74,6	9,9	110,2	14,1
	0,97		0,98—0,99		0,97—0,99

тиметрах, объемов стволов — в кубометрах. При вводе значений диаметра в метрах величина коэффициента a изменилась бы в сторону уменьшения еще на два порядка во втором и четвертом и в сторону увеличения — в третьем уравнениях.

Средние значения коэффициента b_1 и b_2 свидетельствуют о том, что в изученном диапазоне возрастов (20—110 лет) рост по диаметру на высоте 1,3 м прямо пропорционален росту в высоту (для части ствола выше 1,3 м), и наоборот, т. е. наблюдается изометрия. Для значений высот и объемов коэффициент пропорциональности равен трем, а для диаметров на высоте груди и объемов пропорциональность нарушается и коэффициент равен в среднем 2,8, или наблюдается положительная аллометрия.

Теснота связей рассматриваемых признаков наибольшая для зависимости объема ствола от диаметра, и позволяет более надежно определять высоту дерева по диаметру, чем диаметр дерева по его высоте.

Для зависимости объема ствола от диаметра были рассчитаны на том же материале значения параметра a_3 при постоянных значениях параметра b_3 , равных 2,6, 2,7, 2,8 и 3,0. Коэффициент a_3 получился равным соответственно $1,29 \cdot 10^{-4}$, $0,96 \cdot 10^{-4}$, $0,73 \cdot 10^{-4}$, корреляционное отношение — 0,97—0,99, но с уменьшением по мере возрастания b_3 . Для усредненных значений коэффициентов a_3 и b_3 наблюдается тесная связь (рис. 4). Из этой связи вытекает возможность, изменив масшта-

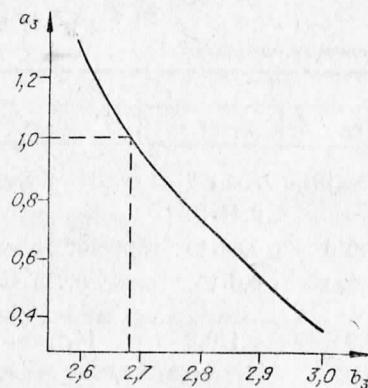


Рис. 4. Связь коэффициентов a_3 и b_3 в уравнении относительной скорости роста деревьев по объему в зависимости от диаметра.

отдельных деревьев, показал тесную корреляцию их значений в пределах каждого из уравнений (рис. 5). Эту корреляцию можно объяснить тем, что изменчивость обоих параметров определяется одними и теми же наследственными морфогенетическими факторами.

В случае такой тесной связи нет необходимости оставлять в уравнении оба параметра; можно выразить более изменчивый из них через другой. Наиболее пригодно для выражения связи между параметрами показательное уравнение вида

$$a = \alpha \cdot \beta^b. \quad (2.47)$$

Параметры и теснота связи полученных взаимосвязей коэффициентов a и b указаны на графиках. Подставив их значения в приведенные выше уравнения, получим возможность по достигнутым размерам деревьев ориентировочно определять величину относительной скорости роста:

$$b = (\log y - \log \alpha)/\log \beta \cdot x. \quad (2.48)$$

Использование этого способа для параметра b_3 встретило трудности. Для деревьев диаметром около

бы переменных (например, беря объем ствola в сотнях сантиметров, а диаметр — в сантиметрах, принять постоянным значение коэффициента a_3 , например, равным единице. По графику b_3 в этом случае равно 2,69, среднегарифметическое значение при непосредственных расчетах получено $2,67 \pm 0,008$ с коэффициентом изменчивости равным 3,4%.

Дальнейший анализ величин коэффициентов a и b , полученных для

13 см произведение $\log \beta \cdot x$ равно единице, а логарифм единицы равен нулю. В связи с этим в интервале диаметров от 9 до 15 см ошибки в определении этого параметра очень велики.

Нахождение величины « b » представляет исключительный интерес благодаря возможности по приросту одного из показателей быстро определять прирост другого. Если найти первую производную от аллометрического уравнения роста, то получим

$$dy/dx = abx^{b-1} \quad (2.49)$$

или

$$dy = abx^b / x dx, \quad (2.50)$$

откуда, выразив ax^b через y , находим

$$dy = by / x dx. \quad (2.51)$$

Заменив мгновенные ускорения приращениями, получим приближенную формулу для определения текущего прироста

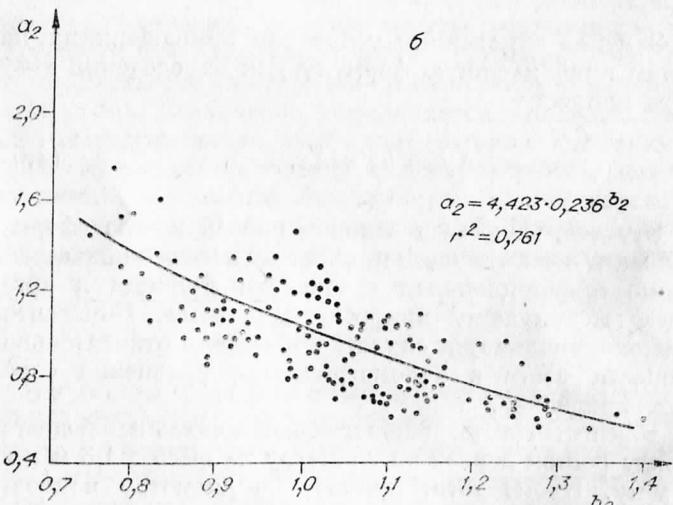
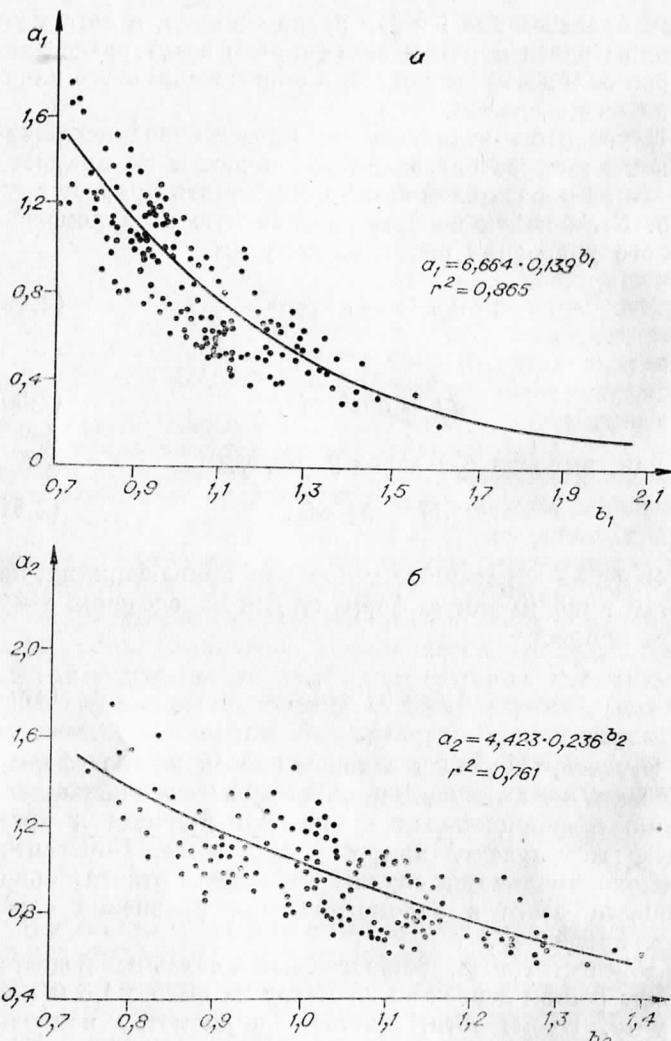
$$\Delta y = by / x \Delta x. \quad (2.52)$$

Эту теоретическую закономерность можно сформулировать так: текущий прирост зависимого показателя прямо пропорционален отношению функции к аргументу и текущему приросту аргумента. Константой пропорциональности служит показатель относительной скорости роста в аллометрическом уравнении связи этих признаков.

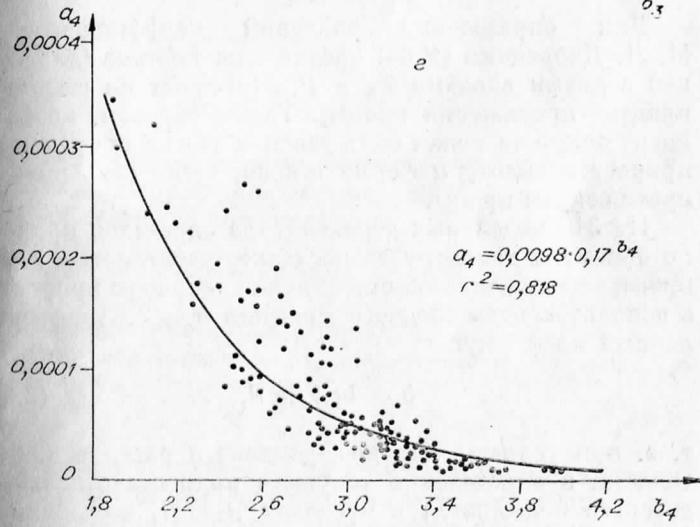
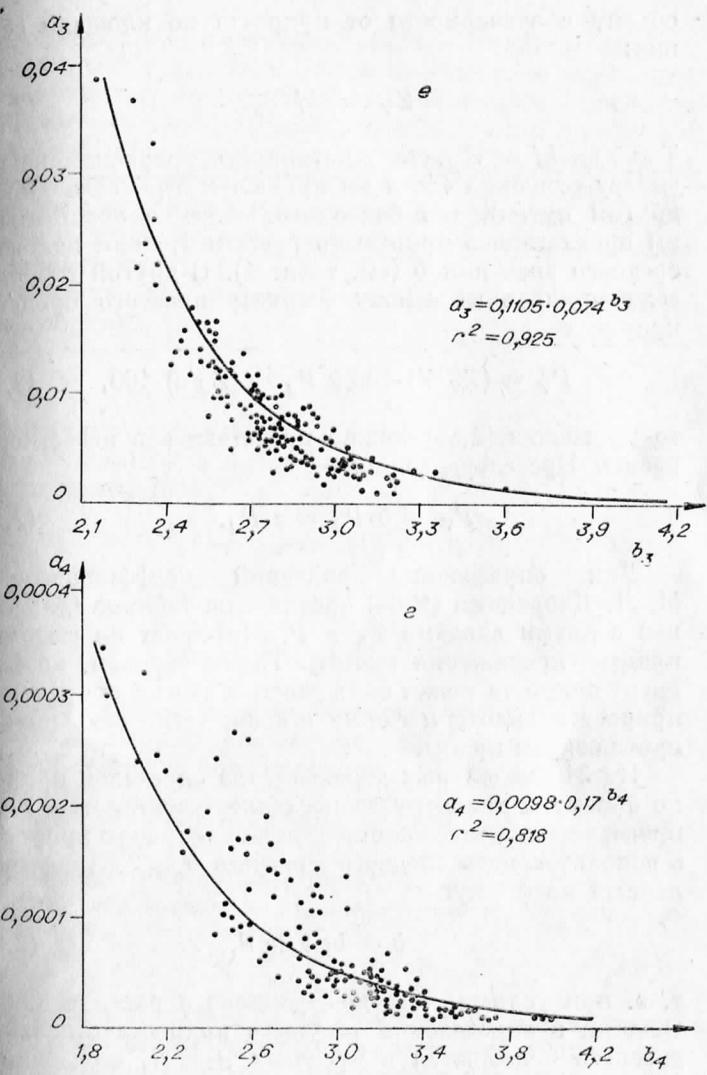
Как отмечалось, наиболее тесная связь наблюдается между ростом дерева по диаметру на высоте 1,3 м и по объему. Кроме того, прирост по диаметру наиболее доступен для измерений. Формула связи будет иметь вид

$$Z_V = b(V/b_{1,3})Z_d. \quad (2.53)$$

Аналогичное уравнение было предложено Леваковичем (Levacović, 1935) для определения прироста по



Rис. 5. Взаимосвязь параметров
а — в высоту — от диаметра; б — по диаметру — от высоты;



в уравнении роста в зависимости:
в — по объему — от диаметра; г — по объему — от высоты.

объему в зависимости от прироста по площади сечения:

$$Z_V = ahf \cdot Z_g. \quad (2.54)$$

Так как $hf = V/g$, то однотипность уравнений не вызывает сомнений (хотя он пришел к этой зависимости другим путем), тем более что значение константы a им предлагалось принимать равным 1,4 или половине среднего значения b (см. табл. 1). С другой стороны, если принять за основу формулу простого процента прироста

$$P_V = (Z_V/V) \cdot 100 \text{ и } P_d = (Z_d/d) \cdot 100, \quad (2.56)$$

то уравнение (2.56) можно представить в известной с временем Прессслера форме

$$P_V = b \cdot P_d = e \cdot P_d. \quad (2.57)$$

Для определения значений коэффициента e М. Л. Дворецким (1964) предложена таблица (для сосны) с двумя входами Z_h и P_{kp} (прирост по высоте и процент протяжения кроны). Таким образом, коэффициент прироста может быть уточнен за счет поправок на прирост в высоту и форму ствола, тесно связанную с протяжением кроны.

На 310 модельных деревьях, где определен прирост по объему и диаметру за последнее десятилетие, были проверены два способа определения текущего прироста: с использованием среднего значения $b = 2,82$ и вычисленный по формуле

$$b = \lg V / \lg d, \quad (2.58)$$

т. е. при условии, что коэффициент a равен единице. Ошибки в определении текущего прироста отдельных деревьев колеблются в пределах $\pm 30\%$, составляя в среднем 4,4% по первому способу и 3,9% по второму. Практически оба способа дают одинаковые результаты.

Они имеют преимущества перед предлагаемыми в последнее время методами определения текущего прироста отдельных деревьев, основывающимися на методах множественного регрессионного анализа (Патац-

кас, 1968, 1971; Антанайтис, 1971). Предлагаемые ими модели могут давать хорошее соответствие изучаемой совокупности, но для другого объекта они неизбежно покажут меньшую точность. Предлагаемый способ перехода от прироста дерева по диаметру к приросту по объему теоретически обоснован и может применяться к любым объектам. Очевидны пути повышения его точности — использование данных прироста в высоту и по видовому числу.

Формула (2.57) может быть преобразована следующим образом:

$$(V - V_{-10})/V = b(d - d_{-10})/d. \quad (2.59)$$

Обозначим, согласно И. Л. Дворецкому, отношение V_{-10}/V через k_V , а d_{-10}/d — через k_d и после подстановки получим

$$(1 - k_V) = b(1 - k_d), \quad (2.60)$$

откуда

$$k_V = b \cdot k_d - (1 - b), \quad (2.61)$$

т. е. между этими коэффициентами наблюдается линейная связь. По материалам обмеров 310 модельных деревьев получено корреляционное уравнение связи

$$k_V = 2,035k_d - 1,135 \quad (2.62)$$

с коэффициентом корреляции 0,95. Значительное отличие от теоретического уравнения

$$k_V = 2,8k_d - 1,8 \quad (2.63)$$

объясняется усреднением по линии игреков, тогда как здесь нужно было усреднение по линии, перпендикулярной большой оси эллипса рассеивания. Проверка уравнений (2.62) и (2.63) на материале 264 модельных деревьев показала, что погрешности обеих формул одинаковы и средние по пробам не выходят за пределы $\pm 10\%$. Кроме указанных возможностей повышения точности определения прироста на основе аллометрического коэффициента следует остановиться еще на одной.

Розен (1969) отмечает, что константное значение этой величины может наблюдаться, если рост в зависимости от времени происходит по экспоненциальной кривой. Как было показано ранее, такой рост наблюдается, но только на определенных отрезках жизни деревьев. Если же принимать во внимание S-образный характер кривых роста деревьев, то во всех формулах перехода от роста по диаметру к росту по объему коэффициент прироста должен меняться в зависимости от возраста.

При этом необходимо учитывать возраст достижения деревом высоты груди, т. е. для диаметров переносить начало координат на величину этого периода (обозначим его t). Для формулы Теразаки, например, получим при исключении возраста из уравнений прироста:

$$\frac{dV}{dx} = a_1 b_1 \frac{1}{x^2} e^{-b_1/x}, \quad (2.64)$$

$$\frac{dD}{dx} = a_2 b_2 \frac{1}{(x-t)^2} e^{-b_2/(x-t)}; \quad (2.65)$$

$$\frac{dV}{dD} = \frac{a_1 b_1 e^{-b_1/x} (x-t)^2}{a_2 b_2 e^{-b_2/(x-t)} \cdot x^2} = \frac{b_1}{b_2} (1-t/x)^2 \frac{V}{D}; \quad (2.66)$$

$$Z_V = b_1/b_2 (1-t/x)^2 V/D Z_D. \quad (2.67)$$

Для уравнения Коллера подобный переход приводит к выражению

$$Z_V = \frac{(b_1 - c_1 x^{-1})}{[b_2 - c_2 (x-t)^{-1}] D} Z_D. \quad (2.68)$$

Для формулы Корсуня —

$$Z_V = \frac{(b_1 + 2c_1 \ln x)}{[b_2 + 2c_2 \ln (x-t)] D} \left(1 - \frac{t}{x}\right) Z_D. \quad (2.69)$$

Подобным образом могут быть найдены формулы перехода и для других функций роста, но все они, вероятно, будут показывать такую же зависимость от времени, затухающую с возрастом (рис. 6).

Из этого следует, что для молодняков коэффициент прироста не может приниматься постоянным, в то время как для спелых насаждений его изменение с возрастом

также незначительное. Поэтому период жизни организма разбивают на несколько этапов (обычно пять), и для каждого из них принимают постоянное значение аллометрического коэффициента (Peters, 1971).

Для деревьев разработано деление их онтогенеза на четыре возрастных периода (Серебряков, 1962), закономерно совмещающихся

с определенными участками кривой текущего прироста ствола. В частности, третий возрастной период — формирование узкокронного островершинного дерева — совпадает со временем наибольших значений текущего прироста, а четвертый — формирование плоской или куполообразной короны — совмещают с нисходящей ветвью кривой прироста. Отсюда вытекает задача уточнения и детализации этого деления и определения степени изменчивости коэффициентов роста для каждого из периодов.

Это окажет помощь в изучении фенотипической изменчивости морфологических признаков деревьев и выделения наследуемой доли изменчивости, свидетельствующей о генетическом разнообразии отдельных популяций и видов в целом. Но окончательный результат этого исследования будет заключаться, видимо, в методе определения текущего прироста отдельных деревьев, что даст самый совершенный метод отбора деревьев для лесоводов.

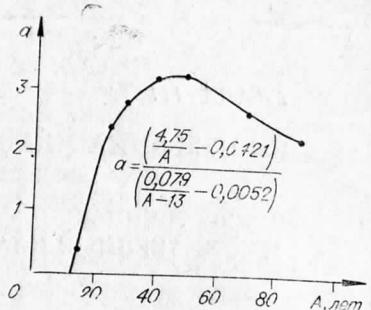


Рис. 6. Зависимость от времени коэффициента относительной скорости роста (для уравнения Коллера).

ГЛАВА III

КЛАССИФИКАЦИЯ ДРЕВОСТОЕВ

ИСКУССТВЕННЫЕ И ЕСТЕСТВЕННЫЕ КЛАССИФИКАЦИИ

При изучении хода роста конкретной совокупности древостоев в первую очередь решается задача их разделения по степени общности роста, группировки в классы одинаковой производительности. Такая классификация может быть как естественной, так и искусственной. Деление насаждений по сходству условий местообитания, а чаще — по принадлежности их к одному типу (группе типов) леса считаются основывающимся на естественных или природных признаках. Механическое деление насаждений на классы одинаковой производительности, или классы бонитета, относят к искусственным классификациям. Первоначально разделение насаждений на классы бонитета стремились осуществить на основании почвенно-грунтовых условий, однако положительных результатов не было получено. Поэтому бонитирование насаждений стали производить по таксационным признакам — приросту, запасу и средней высоте. Для нормальных насаждений было выявлено строгое соответствие между запасами и средними высотами, отсюда значения средних высот стали считать наиболее подходящим признаком для классификации по конечному результату совместного влияния всех факторов среды. Хотя такое бонитирование не всегда совпадает с классификацией по типам условий произрастания или типам леса, однако вследствие большой простоты и наглядности именно оно получило наибольшее распространение. Идея классификации насаждений по высоте в пределах отдельных районов и для разных древесных пород прошла большой путь развития, пока не была доказана необходимость объединения местных шкал в одну, применяемую для разных пород. В нашей стране используется единая общебонитированная шкала деления насаждений по классам

бонитета на основании возраста и средней высоты, созданная М. М. Орловым в 1911 г. (Орлов, 1929). Эта шкала дифференцирована для семенных и порослевых насаждений и доведена до 140 лет для первых и до 120 лет — для вторых. После этого возраста изменение средних высот считалось незначительным.

В основу классификации были положены высоты столетних насаждений, когда рост в высоту почти закончился. Разница высот в сто лет была принята для класса бонитета в среднем 4 м. Автором шкалы отмечалось ее несовершенство вследствие сравнительно малой изученности хода роста насаждений и предполагалось внесение исправлений по мере накопления материала. В то же время подчеркивались и достоинства шкалы — получение единого классификационного масштаба при оценке производительности насаждений разных районов в различных условиях произрастания, простота ее применения.

Значение общебонитированной шкалы возросло, а применение ее расширилось после составления А. В. Тюриным (1931) всеобщих таблиц хода роста сосны, ели, березы и осины, где изменение высот принять соответствующим этой шкале. Но если автор шкалы бонитетов дал ее в табличной форме на основе графического выравнивания исходного материала (где высоты указаны с округлением до 1 м), то А. В. Тюрин использовал для выравнивания высот формулу Бебера (1.2).

Последующее применение шкалы М. М. Орлова показало некоторые ее недостатки.

Рационализация шкалы и дальнейшее развитие идеи бонитирования шли в трех направлениях: постепенного совершенствования ее, дополнения и улучшения и создания новых — всеобщих или местных — шкал. Так, М. С. Богданин (1940) на материалах хода роста сибирских пород показал, что общебонитированная шкала не отражает особенностей роста древостоев в возрасте выше 130 лет, где за каждые 100 лет средняя высота насаждений увеличивается на 3—5 м, а не остается постоянной. В соответствии с этим Г. В. Крылов, В. М. Потапович и Н. Ф. Кожеватова (1958) составили бонитированную шкалу для семенных древостоев Западной Сибири, где прослежено изменение средних высот до возраста 350 лет.

В. Ф. Лебков и И. В. Семечкин (1963), подчеркивая особенности роста древостоев кедра сибирского, создали для них отдельную шкалу, включающую семь классов бонитета и доведенную до 300-летнего возраста. В. И. Левин (1962) на основе изучения роста древостоев Европейского Севера отметил наиболее существенные недочеты общей шкалы для древостоев семенного происхождения (отсутствие значений высот для древостоев V^b класса бонитета, очень большие интервалы в высоких возрастах для V и V^a классов, отсутствие изменений высот в возрасте свыше 140 лет) и предложил пользоваться усовершенствованной им таблицей значений высот по классам бонитета. А. Н. Карпов (1961) на основе анализа отношения средних высот в различных возрастах к высоте в 300 лет составил единую шкалу бонитетов для древостоев семенного и порослевого происхождения с разделением их на десять классов одинаковой величины и доведением шкалы до 300 лет.

Второе направление связано с дополнениями к существующей бонитетной шкале. Н. В. Третьяков (1937) по данным многочисленных к тому времени таблиц хода роста насаждений отметил необходимость выделения древостоев трех типов роста: обычного, с падающей и возрастающей интенсивностью роста. Это предложение было реализовано К. Е. Никитиным (1959), который составил дополнительно две бонитировочные шкалы для древостоев семенного происхождения: с относительно быстрым по сравнению с обычным ростом в молодом возрасте и относительно медленным. Он же (Никитин, 1960) провел математическое выравнивание цифровых показателей общебонитировочной шкалы М. М. Орлова для семенных насаждений и указал границы для классов бонитета с точностью до 0,1 м.

В результате изучения хода роста быстрорастущих древесных пород (ветла, белая акация, осокорь и другие виды тополей), М. В. Давидов (1964) пришел к выводу о необходимости создания для бонитирования этих пород специальных шкал, которые и были им построены отдельно для древостоев семенного и порослевого происхождения с доведением шкалы до 40 лет. Выравнивание высот в зависимости от возраста проводилось по уравнению

$$y = a + bx^c, \quad (3.1)$$

где y — высота, x — возраст, а коэффициенты a , b и c — константы для класса бонитета.

Одобряя идею дифференцированного бонитирования насаждений, М. В. Давидов (1965, 1968, 1972) подчеркивает необходимость разграничения понятий: бонитет условий произрастания и бонитет насаждений, которые не всегда совпадают, и предлагает в районах интенсивного ведения лесного хозяйства выявлять в процессе проведения лесоустройства представленность разных типов хода роста насаждений и степень соответствия древесных пород условиям их роста.

Представители третьего направления настаивают на полном пересмотре идеи использования общебонитировочной шкалы и замене ее рядом более дифференцированных построений.

В. С. Ипатов (1964) считает необходимым создание отдельных бонитетных шкал для каждой породы или группы пород с одинаковым ходом роста. По всеобщим таблицам хода роста насаждений А. В. Тюрина для сосны, ели, березы и осины им построены бонитировочные графики для этих пород, где амплитуда колебаний высот в столетнем возрасте одинакова для всех классов бонитета и равна 4 м.

В. Б. Козловский и В. В. Степин (1966) проанализировали данные восьми бонитетных шкал и материалы 72 таблиц хода роста насаждений различных пород методом относительных высот (все высоты выражались в долях от высоты в 100 лет) и пришли к выводу, что требуется разделение всех древесных пород на две группы: растущие смолоду быстро (осина, ольха, береза и все порослевые насаждения) и с умеренным ростом в молодом возрасте (хвойные и лиственные породы семенного происхождения, не перечисленные в первой шкале). В отличие от А. Н. Карпова они отмечают, что скорость роста древостоев в высоту зависит от класса бонитета. До точки совмещения кривых относительные высоты возрастают с улучшением условий произрастания, а после нее налицо обратная закономерность. Для указанных двух групп древостоев ими составлены две бонитировочные шкалы, имеющие в 100 лет разницу между классами бонитета на 4 м.

Н. Н. Свалов (1967) считает основным путем улучшения оценки и прогноза производительности насаждений составление бонитетных таблиц по породам и происхождению, а также использование для этого верхней высоты. Такие таблицы, по его мнению, целесообразно создавать при составлении таблиц хода роста. Он приводит описание аналитического метода построения таблиц классов бонитета сосновых насаждений, когда по анализам хода роста стволов наиболее высоких деревьев и их разнице со средними высотами древостоев в разных возрастах, выравненной по уравнению параболы второго порядка, были получены средние высоты отдельных классов бонитета. Выравнивание высот в пределах класса бонитета проведено по уравнению Госсфельда (2.37). Составленная бонитетная шкала отражает рост естественных сосновых насаждений в условиях нормальной сомкнутости, т. е. при наличии взаимовлияния деревьев.

Идея использования верхних высот при бонитировании насаждений была реализована в Латвии (Тауриньш, 1968; Матузанис, Тауриньш, 1972) при составлении таблиц хода роста березовых и еловых насаждений.

К использованию верхних высот при классификации насаждений перешли в большинстве стран. М. М. Орлов (1929) указывал, что при сравнении насаждений одинаковых хозяйственных форм наиболее целесообразным критерием для распределения на классы бонитета является средняя высота насаждений, а при сравнении насаждений, пройденных рубками ухода разной степени интенсивности или затронутых выборочными рубками, следует использовать наибольшую высоту насаждений.

Способы определения верхней высоты неодинаковы. Впервые доминантную высоту в конце прошлого века использовал Вейзе, определявший ее как среднюю высоту 20% самых толстых деревьев в насаждении ($h_{20\%}$). В Англии доминантная высота вычисляется как средняя высота 100 самых толстых деревьев на гектар (допускается и меньшее их количество — до 50). Голландские лесоводы определяют в квадрате со стороной 10 м высоту наибольшего дерева и выводят среднее по 100 квадратам. Шведы определяют предварительно средний

арифметический диаметр (d) и его среднеквадратическое отклонение (σ). Доминантная высота на графике высот соответствует диаметру на высоте груди $d + 3\sigma$. В США и Канаде пользуются средней высотой господствующих и сопоставляемых деревьев, что несколько ниже значения верхней высоты. Имеются и другие предложения. Н. Крамер (Kramer, 1964) отмечает некоторые преимущества средней высоты 100 самых толстых деревьев на гектар перед средней высотой 200 таких же деревьев. Этим значением верхней высоты и следует, вероятно, пользоваться.

Еще до перехода на классификацию древостоев по верхней высоте в западноевропейской литературе усиленно обсуждались другие возможности совершенствования оценки производительности насаждений.

В первую очередь следует отметить работу Е. Ассмана (Assmann, 1955) о бонитировании южногерманских ельников. Он привел примеры значительного снижения класса бонитета, оцениваемого по росту древостоев в высоту, для ряда постоянных пробных площадей в ельниках Баварии и сформулировал понятие «динамического» бонитирования, или возможности оценки по высотам сокращения ожидаемой производительности по сравнению с таблицами хода роста на определенное усредненное значение. Обсуждение продолжили Р. Магин (Magin, 1955), А. Мичерлих (Mitscherlich, 1955), К. Ванзелов (Vanselow, 1955), Д. Гофман (Hoffmann, 1958) и др. Так, Р. Магин, соглашаясь с частой встречаемостью отличий от «нормального» роста древостоев, приводит пример, когда такие отклонения не дают общего снижения производительности. Затем взвешивание по площади для объекта в целом может показать небольшие различия между статистическими и динамическими оценками класса бонитета. А. Мичерлих снижение прироста в высоту не всегда связывал с падением прироста по запасу, который зависит и от других факторов, в первую очередь от прироста по площади сечения и изменений видового числа. Наблюдаются значительные колебания прироста по различным таксационным показателям вокруг табличных данных, но это еще не свидетельствует о необходимости внесения поправок. Кроме того, он указывает, что снижение бонитета нельзя установить из значе-

ний средних бонитетов по классам возраста, полученных по материалам лесоустройства, а необходимы долговременные наблюдения на постоянных пробных площадках или материалы анализов хода роста стволов.

К. Ванзелов поддерживает А. Мичерлиха в том, что прирост в высоту не предопределяет снижения прироста по запасу. Случай же снижения производительности имеют свое объяснение, в частности чистые ельники второй генерации, растущие на месте лиственных пород, после 50—60 лет показывают значительное снижение бонитета.

Д. Гофман иллюстрирует аналогичный случай, когда сгруппированные по одинаковым условиям местообитания средние высоты древостоев показывают тенденцию к снижению бонитета. В то же время по анализам хода роста отдельных деревьев снижения класса бонитета не наблюдается. А. Рихтер (Richter, 1959) на основе инвентаризации лесного фонда с замерами средних высот всех насаждений отдельных условий местообитания отмечает отчетливое снижение класса бонитета для всех пород (для сосны, например, на 0,1—0,2 класса бонитета за 10 лет, для ели — на 0,17—0,23 класса бонитета за 10 лет). Это явление можно объяснить, по его мнению, как недостатками материала при составлении таблиц хода роста (в частности, его малой представительностью), так и проведением сильных рубок ухода, особенно в последнее время, которые снижают среднюю высоту не только механически, но и уменьшением прироста по высоте из-за чрезмерного изреживания.

Примерно такие же данные приводятся в работе И. Эртельда (Erteld, 1970): среднее значение класса бонитета сосновых насаждений по классам возраста снижается от I,8 в 21—30 лет до IV, 02 в возрасте более 100 лет. Однако по анализам хода роста средних деревьев, взятых в четырех старых насаждениях, отмечается не падение бонитета, а некоторое его повышение, особенно для древостоев на бедных почвах.

В связи с выявленными погрешностями бонитетных шкал появились высказывания об ограниченности применения высоты в качестве оценки производительности древостоев. Так, Р. Магин (Magin, 1958) указывает, что однозначной эта оценка может быть лишь при условии

одинакового изменения во времени высот и запасов. Однако на это соотношение в значительной степени влияет воздействие человека — создание культур, проведение рубок ухода и т. п. Поэтому он предлагает детализировать оценку продуктивности по местообитаниям и вносить поправки в случае резких отклонений от средних соотношений.

А. В. Винсент (Vincent, 1961), считая соотношение высоты и возраста наименее подходящим выражением для характеристики условий местообитания, приводит примеры изменения этого соотношения под влиянием посторонних причин. В числе их объединение верхушечных побегов млекопитающимися, повреждения насекомыми этих же побегов, влияние различий в полноте древостоев, изменение темпов роста деревьев под воздействием местных факторов, повреждения заморозками, длительное угнетение деревьев. Поэтому им отмечается необходимость тщательного изучения этих воздействий и усовершенствования методов оценки продуктивности.

А. Шмидт (Schmidt, 1969) пишет, что на прирост деревьев по высоте могут влиять как естественные, так и антропогенные воздействия. К числу первых он относит колебания климата, семеношение, нападение вредителей, а ко вторым — рубки ухода, осушение и орошение, использование лесной подстилки, пастьбу скота и сенокошение. В своей работе он отмечает отклонения роста деревьев в высоту в результате совместного влияния факторов обеих групп, особо указывая на более выраженную реакцию древостоев в бедных условиях местообитания на период увеличения осадков.

Однако другого критерия пока не существует, поэтому значения высот используются для оценки производительности повсеместно.

Решение проблемы динамического бонитирования, предложенное Е. Ассманом (Assmann, 1959), отличается от принятого в нашей стране. Если у нас пошли по пути составления трех бонитетных шкал, то Ассман предлагает составлять таблицы хода роста для насаждений конкретных лесорастительных районов с построением местных бонитетных шкал и введением трех уровней продуктивности для древостоев с одинаковыми

высотами. Таким образом, он дифференцирует соотношение между высотами насаждений и соответствующими им запасами.

При составлении местных бонитетных шкал в Северной Америке деление на три уровня продуктивности не проводится, а взаимосвязи высоты и возраста дифференцируются иногда по почвенным группам и лесорастительным районам.

Так, в работе Р. Занера (Zahner, 1962) рассматривалась взаимосвязь высоты и возраста для насаждений сосны ладанной, растущей на почвах трех групп, по материалам обмеров 353 пробных площадей в возрасте от 15 до 80 лет.

На основании уравнения

$$\log h = \log SI - b/50 + b/A, \quad (3.2)$$

где h — высота насаждений, A — возраст; SI — класс бонитета; b — коэффициент, меняющийся в зависимости от почвенной группы, были построены бонитетные шкалы. Доказано, что деревья на лесовых почвах имеют хороший рост по высоте до 50 лет, на почвах с плохой аэрацией — до 30 лет, а на почвах с хорошей аэрацией темпы роста занимают промежуточное положение между двумя указанными группами почв. Л. Хегер (Heger, 1969) составил бонитетные шкалы для двух видов ели по четырем лесорастительным районам Канады, используя уравнение

$$H_i = a + b(SI). \quad (3.3)$$

Одновременно с разработкой местных шкал бонитетов для отдельных древесных пород и подбором более удачных форм аналитического выражения бонитетных кривых большое внимание уделяется выявлению связей между ростом в высоту (или приростом по запасу) и факторами внешней среды — климатическими показателями и характеристиками местообитания.

В частности, Д. Л. Мейдер (Mader, 1963) исследовал корреляционные связи прироста по запасу на 5 лет с содержанием азота в гор. A и B и отдельно в гор. A , а также прироста по высоте, высоты и запаса. Наиболее тесная связь ($r = 0,87$) получена для текущего при-

роста по запасу с содержанием азота в гор. A и B . Это направление в работах ряда авторов (Hannach, 1968; Boversox, Ward, 1972; Morgen, Dolph, 1972) развито далее и разработана методика оценки показателя бонитета по почвенным и геоморфологическим факторам, которые объясняют 78—80 % изменчивости высот в насаждениях дуба и сосны скрюченной.

В этом же плане выполнена работа Чарновского с соавторами (Czarnowski, Humphreys, Gentle, 1971). Они исследовали зависимость показателя бонитета культур сосны лучистой, оцениваемого по достигнутой высоте господствующих деревьев в 20 лет, растущих в Австралии и Новой Зеландии, от показателей климата и почв. Климатические данные включали месячные суммы осадков, среднемесячные показатели температуры и атмосферной влажности и были объединены в один показатель — «индекс влажности», вычисляемый для каждого года (рост сосны лучистой протекает круглый год, без периода покоя). Механический состав почв в гор. A и B оценивался с учетом большего влияния верхнего горизонта. Это же было сделано при анализе химического состава почв, данные по которому включали общий фосфор, фосфор почвенного раствора, обменные кальций, магний, калий, натрий и алюминий. Выявлена положительная роль фосфора и отрицательная — алюминия. Окончательное уравнение объединяет все показатели и позволяет оценивать производительность древостоев сосны лучистой по характеристикам почв и климата со средней ошибкой 11 %.

АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ БОНИТЕТНЫХ ШКАЛ

Шкалы бонитетов — это искусственное деление поля рассеивания высот древостоев по возрастам на определенное число разрядов кривыми, имеющими темп роста, соответствующий данной совокупности. В настоящее время построение бонитетных шкал проводится аналитически, система уравнений, описывающая такое семейство кривых, должна быть составлена по определенным правилам (Мелентьев, 1962). Для согласования хода кривых ищут предварительно значения коэффи-

циентов уравнений по каждой кривой, а затем находят связь коэффициентов между собой или от какого-то независимого показателя, обеспечивающего пропорциональность деления шкалы на разряды.

Краткий обзор методов построения бонитетных шкал сделан Л. Страндом (Strand, 1964). Он приводит применяемое в Швеции для построения бонитетных шкал уравнение

$$y = \left(\frac{x}{B_0 + B_1 x} \right)^3, \quad (3.4)$$

где y — высота; x — возраст; B_0 и B_1 — параметры.

Для европейских таблиц хода роста характерно линейное соотношение между параметрами B_0 и B_1 . По таблицам хода роста сосновых насаждений Видемана им вычислено уравнение связи параметров $B_1 = 0,029B_0 + 0,17$, так что указанное уравнение примет вид

$$y = \left(\frac{x}{(1 + 0,029x)B_0 + 0,17x} \right)^3. \quad (3.5)$$

Используются и другие зависимости, например:

$$y = B_0 e^{-B_1/x^h}, \quad (3.6)$$

$$y = B_0 (1 - e^{-B_1 x})^n. \quad (3.7)$$

Для согласования кривых выражают значение одного параметра как функцию других: $B_0 = f(B_1, B_2, \dots, B_n)$.

Техника расчета кривых типа уравнения (3.6) описана в работе А. Р. Стеджа (Stage, 1963), который для надежного установления класса бонитета пихты гигантской предлагает проводить сравнение в возрасте, равном половине оборота рубки (50 лет), а для построения надежных бонитетных кривых брать по 25 самых высоких деревьев в насаждении и анализ хода роста ствола.

Куртис (Curtis, 1964) пользуется уравнением

$$H = a + b(\log A_{1,3}), \quad (3.8)$$

где $A_{1,3}$ — возраст деревьев на высоте груди, a и b — параметры. Другие авторы (Warob, Fletcher, Armstrong, 1965) используют в этом уравнении значение общего возраста деревьев. Хуш (Husch, 1956) обосновывает применение возраста на высоте груди наличием задержки роста у теплолюбивых пород.

Галай (Halaj, 1973) описывает метод составления бонитетных шкал, примененный им при исследовании роста еловых насаждений Чехословакии. Данные обмеров 1052 пробных площадейели в возрасте от 20 до 140 лет были сгруппированы по 22 типам леса, для каждого из которых по формуле Корфа (аналогичной с уравнением (3.7)) были рассчитаны средние линии. Сравнение этих кривых позволило разделить все древостоя на две совокупности с разными темпами роста, а затем для каждой из них построена бонитетная шкала. Рассчитана формула перехода от значений средних высот к верхним.

М. В. Давидов (1964) при бонитировании насаждений быстрорастущих пород — ветлы, белой акации, осокоря и других видов тополей — проводил выравнивание высот по уравнению (3.1). Значения коэффициентов в работе не приводятся.

При анализе бонитетных шкал Н. Н. Карпов (1961) использовал отношение высот в любом возрасте к высоте в 300 лет, а затем выравнивал его по уравнению

$$k_a = \frac{H_i}{H_{300}} = 1 - e^{-A^2/K}. \quad (3.9)$$

В свою очередь, коэффициент K в пределах одного периода роста связан с возрастом соотношением

$$K = bA + c. \quad (3.10)$$

Проведенный им анализ показал, что средние высоты ныне действующей бонитетной шкалы для семенных насаждений отвечают не одному, а трем периодам роста, а порослевых насаждений — двум периодам. Предложенная им общая бонитетная шкала соответствует изменению относительных высот с возрастом по уравнению

$$h_a = 1 - e^{-A^2/(54A+750)}. \quad (3.11)$$

Переход от относительных высот к конкретным произведен по соотношению

$$H_a = h_a (H_{100} : 0,802). \quad (3.12)$$

Высоты 100-летних древостоев приняты в порядке убывания классов бонитета следующие: 40, 35, 30, 25, 22, 19, 16, 14, 12, 10 м. Получен согласованный веер высот, обладающих одинаковым темпом изменения во времени.

ВЫРАВНИВАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ БОНИТЕТНЫХ ШКАЛ

Аналитическое выравнивание любой бонитетной шкалы может быть проведено с использованием ряда уравнений, выбор между которыми зависит от их соответствия собранному материалу. Рассмотрим метод составления таких уравнений на нескольких примерах. В качестве исходного материала для первого из них были взяты высоты насаждений семенного происхождения из бонитетной шкалы М. В. Давидова (1964) для быстрорастущих древесных пород с обычным типом роста по высоте.

При выравнивании этих значений по уравнению (3.1) получены следующие значения коэффициентов:

Класс бонитета	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	h_{30}
I ^e	-12,6	11,6	0,35	24,9
I ^d	-7,9	7,3	0,42	22,5
I ^c	-5,3	4,9	0,49	20,3
I ^b	-3,4	3,1	0,56	18,0
I ^a	-1,8	1,8	0,67	15,7
I	-1,2	1,0	0,78	13,4
II	-0,6	0,4	0,99	11,1
III	-1,0	0,3	1,01	9,0

Связь между коэффициентами показана на рис. 7. Она очень тесная (близка к функциональной) и может быть выражена аналитически. Графическое решение

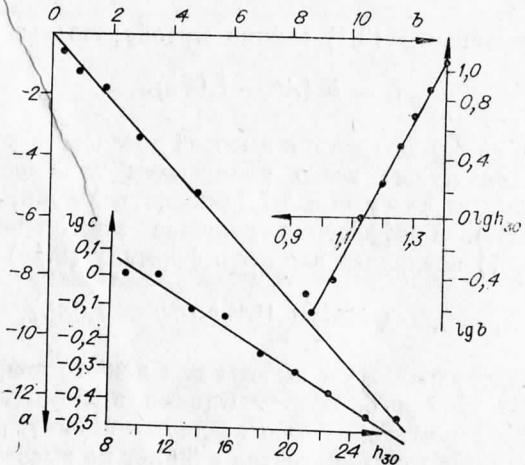


Рис. 7. Связь между коэффициентами *a* и *b* уравнения (3.1) и коэффициентов *b* и *c* с высотой в 30 лет (h_{30}).

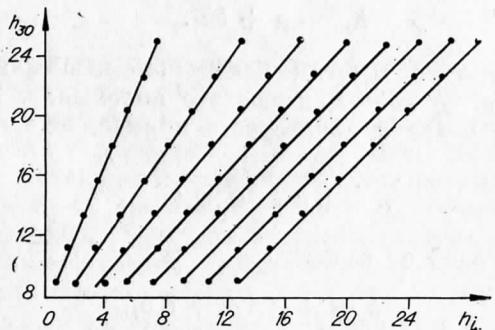


Рис. 8. Связь высот по пятилетиям с высотами в 30 лет по данным бонитетной шкалы М. В. Давидова (1964 г.).

дает, что коэффициент a связан с коэффициентом b уравнением

$$a = -1,085b, \quad (3.13)$$

откуда уравнение (3.1) можно преобразовать:

$$h = b (A^c - 1,085). \quad (3.14)$$

Связь коэффициента a с высотой древостоев в 30 лет выражается лучше всего уравнением типа $y = ab^x$, а коэффициент c — $y = ax^b$ (Демидович, Марон, Шувалова, 1967). Графическое решение этих уравнений (см. рис. 7) позволяет записать формулу (3.14) в виде

$$h_i = 0,000071h_{30}^{3,7} (A^{1,96 \cdot 0,93^{h_{30}}} - 1,085). \quad (3.15)$$

По ней рассчитываются высоты для любого возраста и заданного класса бонитета. Однако эта формула не позволяет решить обратную задачу — оценить вероятное значение высоты древостоя в 30 лет по высоте в данном возрасте. Поэтому здесь нужно использовать другой путь. Известно (Fries, 1967), что связь между высотами в разные возрасты передается уравнением прямой линии. Для высоты в 30 лет связь с высотами в другие возрасты будет такой:

$$h_{30} = a + bh_i. \quad (3.16)$$

Построенные по высотам бонитетной шкалы графики связи (рис. 8) подтверждают это положение. Зависимость параметра a от возраста прямолинейная и выражается

$$a = 9,6 - 0,32A \quad (3.17)$$

и параметра b от возраста —

$$b = A/(1,1A + 3,5). \quad (3.18)$$

Графическое изображение этих зависимостей дано на рис. 9. Подставив эти значения в уравнение (3.16), получим искомую зависимость

$$h_{30} = 9,6 - 0,32A + \frac{A \cdot h_i}{1,1A + 3,5}. \quad (3.19)$$

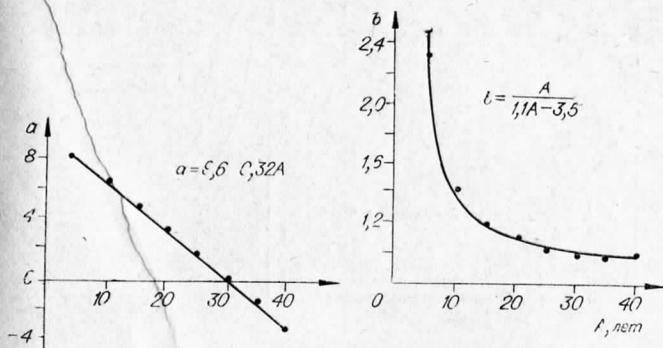


Рис. 9. Зависимость от возраста параметров уравнения (3.16).

Таким образом, для любого значения средней высоты в насаждении может быть определено наиболее вероятное значение высоты в 30 лет, т. е. оценка производительности может быть сделана не указанием класса бонитета, а более точно, по значению высоты в спелом возрасте. От уравнения (3.19) можно перейти к формуле для составления бонитетных шкал:

$$h_i = 1,1h_{30} + \frac{3,5h_{30}}{A} - \frac{33,6}{A} + 0,352A - 9,34. \quad (3.20)$$

Эта формула имеет некоторое преимущество по сравнению с формулой (3.15) по сложности расчетов.

Вполне применима для аналитического выражения бонитетной шкалы формула (3.4) в случае замены в показателе степени куба на квадрат. Так, по данным шкалы бонитетов, составленной В. Б. Козловским и В. С. Степиным (1966) для древесных пород, растущих смолоду быстро (осина, береза, ольха и все порослевые древостоя), получено следующее выражение зависимости высот в любом возрасте от возраста и высоты в 100 лет:

$$h_i = \left(\frac{A}{\frac{63,6}{h_{100}} + \frac{0,92A}{h_{100}^{0,42}}} \right)^2. \quad (3.21)$$

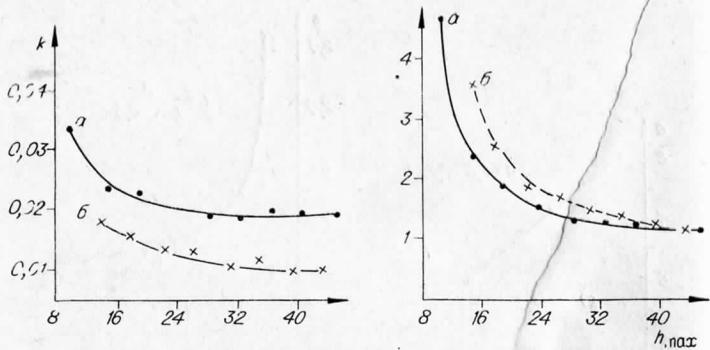


Рис. 10. Связь между коэффициентами уравнения Мичерлиха, найденными по значениям бонитетных шкал: Никитина, 1960 г. (а), Лебкова и Семечкина, 1963 г. (б).

Однако переход к оценке высоты в 100 лет в этом выражении невозможен.

Кривую высот для каждого класса бонитета можно выравнивать по уравнению параболы второго порядка с последующим выравниванием коэффициентов в зависимости от высоты в 100 лет. Подобные расчеты по данным бонитетной шкалы В. И. Левина (1962) для семенных древостоев приводят к выражению

$$h_i = 0,02h_{100} \cdot A - 0,1A + 7,8 \cdot 10^{-7}h_{100}^{1,48}A^2. \quad (3.22)$$

Оно обладает точно таким же недостатком, что и предыдущая формула (3.21).

Лучшие результаты получены при использовании формулы Мичерлиха (1.5). Для хорошо выравненных бонитетных шкал, например, К. Е. Никитина (1959, 1960), В. Ф. Лебкова и И. В. Семечкина (1963) проявляется закономерная связь коэффициентов уравнения друг с другом (рис. 10). Эту связь можно интерпретировать так, что уровень продуктивности древостоев четко определяется единственным параметром, от которого зависит ход роста древостоев в высоту. Он может быть выражен значением высоты, достигаемой древостоями в зрелом возрасте, например в 100 лет. Разработка методов оценки высоты этого возраста позволит оценивать уровень продуктивности древостоев более диф-

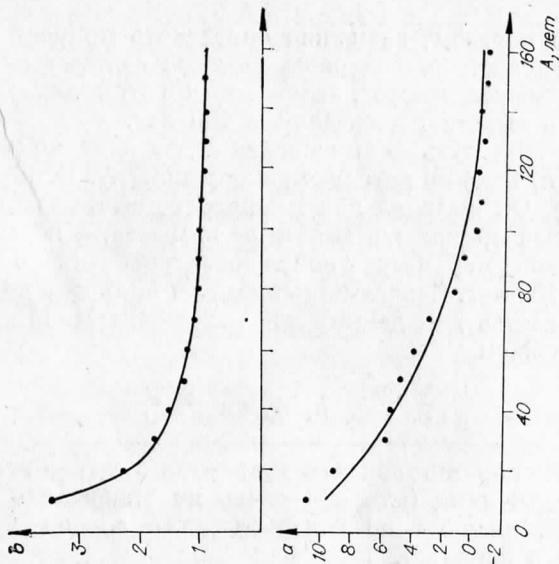


Рис. 11. Связь с возрастом параметров уравнения (3.23) по данным бонитетной шкалы М. М. Орлова.

ференцированно, чем по разрядной бонитетной шкале.

По типу уравнения (3.16) были определены параметры a и b уравнения

$$h_{100} = a + bh_i \quad (3.23)$$

по данным бонитетной шкалы для семенных насаждений М. М. Орлова, а затем выявлена их связь с возрастом. Найдено (рис. 11), что

$$a + 1 = 12,68e^{-0,018A} \quad (r^2 = 0,922), \quad (3.24)$$

$$b = 0,67 + \frac{30,8}{A} \quad (r^2 = 0,997), \quad (3.25)$$

$$h_{100} = 12,68e^{-0,018A} + 0,67h_i + \frac{30,8h_i}{A} - 1, \quad (3.26)$$

$$h_i = \frac{(h_{100} + 1 - 12,68e^{-0,018A}) \cdot A}{0,67A + 30,8}. \quad (3.27)$$

Таким образом, возможно определять прирост по высоте древостоев, ход роста которых соответствует темпам изменения высот, заложенным в этой шкале, и оценивать высоту насаждений в 100 лет.

Другой путь — вычисление связи этих показателей (h_{100} , h_i и A) по методу, примененному А. Б. Шустовым (1914). Он выявлял для каждого бонитета зависимость среднего прироста в высоту от возраста, а потом находил связь параметров полученных уравнений с высотами в 100 лет. Зависимость среднего прироста по высоте выражается для данных той же шкалы М. М. Орлова уравнением

$$h_i/A = ax^b e^{cx}, \quad (3.28)$$

а связь параметров этого уравнения с h_{100} — различными формулами (для a — связь по уравнению прямой линии, для b — по гиперболе, для c — по параболе второго порядка).

Общая зависимость может быть выражена сложным уравнением, пользование которым затруднительно, поэтому предпочтительнее пользоваться первым путем.

Обработка таблиц К. Е. Никитина (1959) позволила найти выражение для определения высот в столетнем возрасте:

для насаждений с относительно быстрым ростом в молодом возрасте (A)

$$h_{100} = \frac{122,1 - 0,71A + 0,86h_i + 20,7h_i \cdot A}{A} \quad (3.29)$$

и с относительно медленным ростом в том же возрасте (B)

$$h_{100} = 15,2 - 0,25A + 0,0011A^2 + (0,31 + 55/A)h_i. \quad (3.30)$$

В соответствии с принадлежностью древостоев к тому или иному типу роста можно определить высоту в столетнем возрасте или уровень производительности, а также прирост по высоте в зависимости от возраста и уровня продуктивности.

ОЦЕНКА ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ ДРЕВОСТОЕВ РАЗНЫХ ГРУПП ТИПОВ ЛЕСА

Данные средних высот древостоев разных типов леса, собранные в Минусинских борах, были нанесены на график в зависимости от возраста. При этом для древостоев пяти типов леса обособились отдельные полосы, перекрывающиеся на периферии. Выше других расположились точки для древостоев сосняка орляково-осочкового (со спиреей и кизильником в подлеске), затем — сосняка разнотравного, разнотравно-брюсличного, зеленомошного и остепненного. По точкам каждой из полос были вычислены параметры уравнения (1.5), причем для каждой из групп типов леса расчет повторялся 4 раза, и затем из полученных вариантов были выбраны уравнения, дающие наименьшие среднеквадратические ошибки:

Тип леса	h_{\max}	k	m	$P, \%$	R^2
Сосняк орляково- осочковый	50,0	-0,0071	0,93	5,2	0,972
разнотравный	44,9	-0,0099	1,04	3,6	0,991
разнотравно- брюсличный	37,4	-0,0112	1,10	4,4	0,991
зеленомошный	28,3	-0,0161	1,33	3,9	0,991
остепненный	23,6	-0,0203	1,79	5,0	0,962

Выявилась тесная взаимосвязь параметров уравнений между собой (рис. 12), что свидетельствует о возможности передачи этой зависимости более простым уравнением. Для оценки производительности каждой пробной площади внутри полученного пучка кривых по высоте в столетнем возрасте были рассчитаны по приведенным параметрам высоты с десятилетним интервалом от 10 до 110 лет и найдена связь по формуле (3.23). Зависимость параметров этого уравнения от возраста выражалась различными кривыми (рис. 13), аналитическое выражение которых оказалось следующим:

$$h_{100} = 40,9 - 8,18\sqrt{A} + 0,409A + 2,54h_i - 0,154\sqrt{A} \cdot h_i \quad (3.31)$$

Таблица 2

Значения параметров α и b уравнения связи высоты древостоя в 100 лет с высотой их в другом возрасте

Возраст, параметр		Конкретные возрасты древостоев									
		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
<i>a</i> , лег	45,0	14,6	14,25	14,0	13,6	13,4	13,0	12,7	12,4	12,2	
	2,75	2,58	2,45	2,4	2,3	2,2	2,1	2,03	1,95	1,88	
<i>b</i> , лег	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
	11,8	11,4	11,0	10,7	10,5	10,2	9,8	9,5	9,3	8,9	
<i>a</i> , лег	11,8	11,4	11,0	10,7	10,5	10,2	9,8	9,5	9,3	8,9	
	1,85	1,8	1,75	1,74	1,73	1,7	1,67	1,65	1,64	1,64	
<i>b</i> , лег	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	
	8,6	8,3	8,1	7,7	7,4	7,1	6,8	6,5	6,2	6,0	
<i>a</i> , лег	1,62	1,6	1,58	1,57	1,55	1,54	1,52	1,5	1,5	1,49	
	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	
<i>b</i> , лег	5,6	5,2	5,1	4,9	4,7	4,5	4,2	3,8	3,7	7,5	
	1,48	1,47	1,46	1,45	1,44	1,43	1,42	1,41	1,4	1,4	
<i>a</i> , лег	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	
	3,4	3,2	3,0	2,7	2,6	2,5	2,4	2,2	2,1	2,0	
<i>b</i> , лег	1,39	1,38	1,37	1,36	1,35	1,34	1,33	1,32	1,31	1,31	

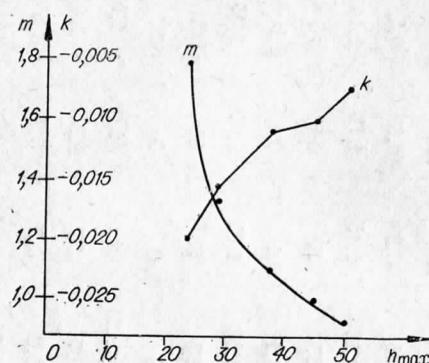


Рис. 12. Связь между параметрами функции Мичерлиха по группам типов леса.

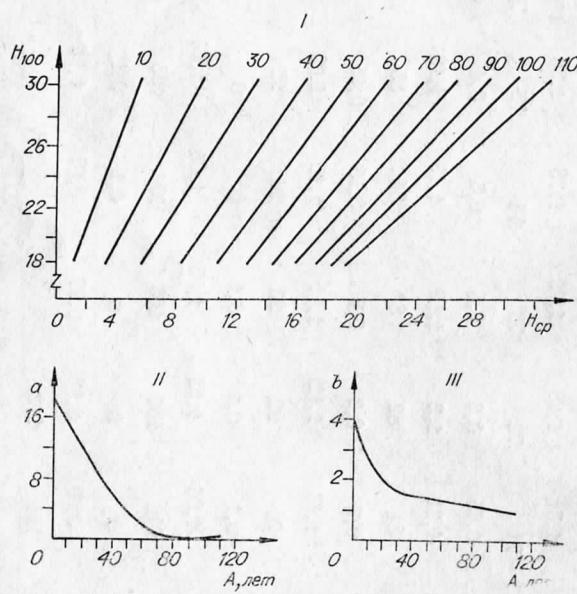


Рис. 13. Связь средних высот в 100 лет с высотами других возрастов (I) и зависимость от возраста параметров уравнения (3.23) для средних значений по группам типов леса (II и III).

Значения коэффициентов a и b по формуле (3.23) в зависимости от возраста определены по графикам и табулированы (табл. 2).

Эти значения позволили вычислить величины h_{100} для каждой пробы и уточнить деление по типам леса на основании высоты в 100 лет. К соснякам орляково-осоковым отнесены пробные площади с h_{100} в интервале 28,5—32,8 м, соснякам разнотравным — от 25,5 до 28,4 м, соснякам разнотравно-брусличным — от 22,5 до 25,4 м, соснякам зеленомошным — с 19,5 до 22,4 м, соснякам остепненным — от 16,5 до 19,4 м.

Отмечена тесная взаимосвязь h_{\max} в уравнении кривых средних высот для различных типов леса и h_{100} , выражаемая уравнением прямой линии

$$h_{\max} = 2,13h_{100} - 16,2. \quad (3.32)$$

При наличии тесной взаимосвязи параметров уравнения это открывает возможность определять для каждой пробы параметры уравнения (3.7) и вычислять текущий прирост по средней высоте за десятилетний (или пятилетний) интервал:

$$K_h = \frac{h_{A-10}}{h_A} = \left[\frac{1 - e^{-h(A-10)}}{1 - e^{-hA}} \right]^m, \quad (3.33)$$

где A — возраст древостоя в момент обмера.

ГЛАВА IV

СВЯЗИ ТАКСАЦИОННЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ДРЕВОСТОЕВ

После решения проблемы классификации древостоев на основе выявления зависимости их средних высот от возраста и уровня производительности перейдем к изучению связей других таксационных показателей с основными независимыми переменными.

Анализ этих связей может быть проведен для древостоев одного уровня производительности, что чаще всего встречается в лесотаксационных работах наших исследователей, и одновременно для древостоев разных уровней производительности, как это практикуется в основном за рубежом. Оба способа имеют свои положительные стороны и недостатки, поэтому целесообразно рассмотреть их в сравнении.

УРАВНЕНИЯ СВЯЗИ ДЛЯ ДРЕВОСТОЕВ ОДНОГО УРОВНЯ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ

В качестве однородной совокупности взяты наиболее представленные пробными площадями древостои сосняков разнотравно-брусличных. Некоторые различия в производительности внутри совокупности считались несущественными, поскольку они были того же порядка, что и изменения средних высот древостоев за счет разного числа стволов в одном и том же возрасте на одинаковых почвах. Заметим, кстати, что в работах по бонитированию влияние густоты древостоев на разброс средних высот еще не учитывается.

Для древостоев одного уровня производительности основными независимыми переменными остаются возраст и густота. В первую очередь исследовалась зависи-

мость от них параметров рядов распределения числа стволов по диаметру. От этих параметров можно перейти к распределениям запасов деловой древесины и другим важным оценкам древостоев. Зависимость диаметра на высоте груди от возраста известна давно и широко используется при составлении таблиц хода роста. Характер связи криволинейный и передается рядом уравнений, приведенных ранее. По данным для древостоев сосняка разнотравно-брусличного получена высокая теснота связи этих показателей (коэффициент корреляции 0,92, корреляционное отношение 0,93).

Зависимость среднего диаметра на высоте груди от числа стволов на гектар для древостоев разной густоты, но одинакового возраста изучалась Мойровым (1968). По его данным, она может быть передана уравнением гиперболы:

$$d = \frac{N}{aN + b}. \quad (4.1)$$

Для изучения этой зависимости данные по пробным площадям в сосняках разнотравно-брусличных были объединены в десятилетние группы (поскольку погрешности в определении среднего возраста древостоев составляют как минимум 2—3 года). В первом приближении данная зависимость может быть передана уравнениями прямых линий (рис. 14). Были вычислены параметры a и b уравнений прямых линий для связи диаметров с числом стволов на гектар при фиксированном возрасте (в интервале от 15 до 105 лет, кроме 65-летнего возраста, где оказалось мало данных). Затем параметры этих уравнений выравнивались в зависимости от возраста (см. рис. 15). Связь параметра a с возрастом криволинейная, но незначительно отличающаяся от прямой, а параметра b с возрастом — параболическая или может быть выражена уравнением степенной функции. Поэтому множественная зависимость была передана следующим образом:

$$d_{\text{ср. ар.}} = e^{3,88} A^{0,35} N^{-0,36} \quad (4.2)$$

с коэффициентом детерминации $R^2 = 0,962$ и критерием Фишера $F = 263$. Включение в эту формулу зна-

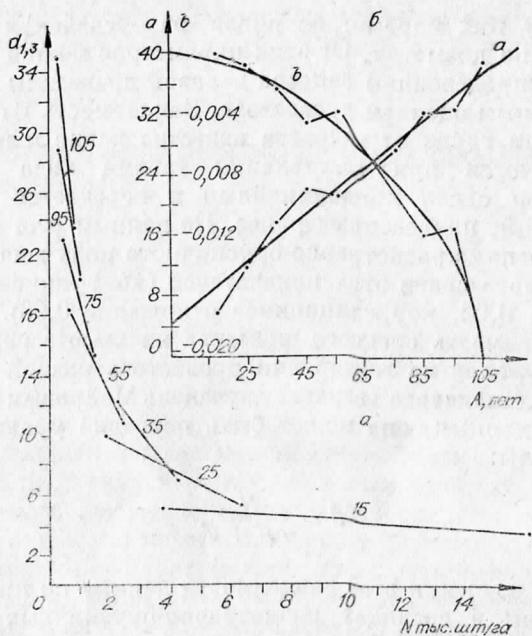


Рис. 14. Зависимость средних диаметров от густоты в разном возрасте (а) и связь с возрастом параметров уравнения для этой зависимости (б).

чений средних высот почти не изменило величину коэффициента детерминации, поэтому в дальнейшем использовалось уравнение (4.2).

Таким образом, введение дополнительной переменной (число стволов на единице площади) увеличило меру определенности, или коэффициент детерминации для среднеарифметического диаметра с 0,86 до 0,96, или на 12 %, что весьма заметно повышает точность его определения. Некоторое неудобство в пользовании уравнением (4.2) при непосредственных расчетах заставило искать другую, более удобную форму представления этой связи. Наилучшие результаты были достигнуты при выражении среднего диаметра как функции возраста и среднего расстояния между деревьями (последнее равно корню квадратному из частного от деления площади на число деревьев на ней) в виде линей-

ного уравнения

$$d = a_0 + a_1 A + a_2 l_{\text{ср}}. \quad (4.3)$$

Добавление в это уравнение квадрата возраста и произведения возраста на среднее расстояние не изменило коэффициента детерминации и ошибки уравнения, что свидетельствует о линейном характере зависимости диаметра от возраста в исследованном интервале и отсутствии совместного влияния обоих факторов на независимую переменную.

Парная связь среднеквадратического отклонения с возрастом или числом стволов криволинейная и средняя по тесноте. Множественная связь была выражена уравнением

$$\sigma = 2,78 A^{0,42} N^{-0,12} \quad (4.4)$$

($R^2 = 0,515$, $F = 2,8$). Добавление значений диаметра на высоте груди не изменило коэффициента детерминации ($R^2 = 0,516$), поэтому в дальнейшем использовалось уравнение (4.4).

Для значений асимметрии рядов распределения числа стволов по диаметру определялась зависимость от среднеарифметического диаметра, среднеквадратического отклонения, высоты и числа стволов. Проведенные три варианта расчетов показали довольно невысокую тесноту связи асимметрии с этими показателями.

Были просчитаны три варианта:

$$\begin{aligned} A_c &= f(d, \sigma) \quad R^2 = 0,196, \\ A_c &= f(d, \sigma, h) \quad R^2 = 0,334, \\ A_c &= f(d, \sigma, h, N) \quad R^2 = 0,338. \end{aligned}$$

В дальнейших расчетах за основу был принят второй вариант:

$$A_c = 1,86 d^{0,69} \sigma^{0,25} h^{0,52}. \quad (4.5)$$

поскольку влияние числа стволов на асимметрию оказалось незначительным.

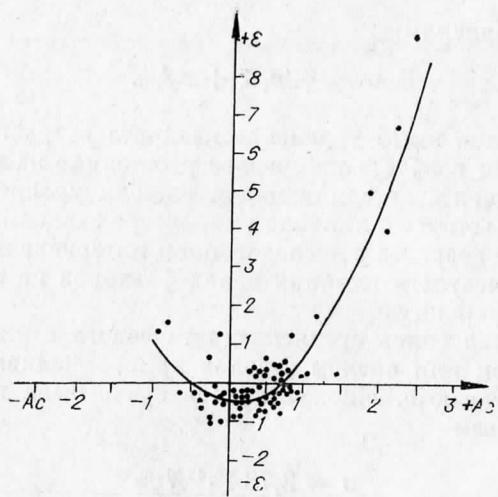


Рис. 15. Связь величины эксцесса рядов распределения числа стволов по диаметру с асимметрией.

Для значений эксцесса рядов распределения числа стволов по диаметру были проведены четыре варианта расчетов:

$$E = f(d, Ac) \quad R^2 = 0,196,$$

$$E = f(d, Ac, h) \quad R^2 = 0,273,$$

$$E = f(d, \sigma) \quad R^2 = 0,293,$$

$$E = f(d, \sigma, Ac) \quad R^2 = 0,301.$$

Как видим, эксцесс еще менее тесно связан с другими параметрами рядов распределения и средней высотой древостоев. Поэтому была использована связь величины эксцесса с асимметрией (рис. 15):

$$E = 1,363Ac^2 - 0,19Ac - 0,517 \quad (4.6)$$

($R^2 = 0,601$). Следует отметить, что большинство значений асимметрии и эксцесса недостоверно отличаются от нуля, поэтому проведенные расчеты мало влияют на

характер кривых распределения. Только крайние значения асимметрии и эксцесса дают распределения, существенно отклоняющиеся от нормального.

Среднеквадратический диаметр, или средневзвешенный по площади сечения, вычислялся по формуле

$$d_m = \sqrt{d_{\text{ср.ап}}^2 + \sigma^2}. \quad (4.7)$$

Сумма площадей сечений для известного числа стволов и среднеквадратического диаметра вычислялась по уравнению

$$\sum g = \frac{\pi d_m^2 \cdot N}{40\,000} \quad (4.8)$$

с последующим определением полноты по стандартной таблице ЦНИИЛХ.

Средние высоты насаждений рассчитаны по тем же независимым переменным — возрасту и густоте. Полученная зависимость

$$H = e^{-0,13} A^{0,72} N^{-0,001} \quad (4.9)$$

($R^2 = 0,978$) для возраста 15 лет дает завышение средней высоты в среднем на один метр по сравнению с фактическими данными (в остальные возрасты высоты отличались не более чем на 0,4 м). Поэтому дополнительно в уравнение вводилось значение среднего диаметра. Однако это не улучшило результата, вследствие чего было использовано уравнение (4.9). Запас определялся по формуле

$$M = e^{-10,03} d_m^{1,78} h^{1,17} N, \quad (4.10)$$

где диаметр вводился в сантиметрах, а высота — в метрах. Параметры уравнения были выведены по материалам обмеров пятисот модельных деревьев.

Результаты вычислений по формулам для древостоев различной густоты, представленной в опытном материале, в возрасте от 15 до 95 лет, приведены в табл. 3.

Таблица 3

Изменение с возрастом и густотой средних таксационных показателей сосновников разнотравно-брюсничных и пашни

<i>A</i> , лет	N, шт/га	<i>d_m</i> , см	<i>H_M</i>	<i>d_{ср. ар.}</i> , см	σ , см	<i>A_c</i>	E		<i>l_{ср.}</i> , м	Σg , м ²	<i>M</i> , м ³
							6	7	8	9	10
15	4 000	7,6	6,24	6,6	3,2	0,23	-0,49	4,58	48,4	50	
	6 000	6,7	6,20	5,7	3,4	0,39	-0,38	1,29	21,1	58	
	8 000	6,1	6,48	5,4	2,9	0,51	-0,26	1,42	23,4	63	
	10 000	5,7	6,16	4,7	2,8	0,60	-0,14	1,00	25,5	68	
	12 000	5,4	6,14	4,4	2,8	0,70	0,02	0,91	27,5	74	
	14 000	5,2	6,13	4,2	2,7	0,75	0,40	0,84	29,7	78	
25	2 000	11,2	9,00	10,4	4,3	0,48	-0,51	2,24	19,7	73	
	3 000	9,8	8,96	8,7	4,1	0,34	-0,42	1,82	22,6	85	
	4 000	8,9	8,93	7,9	3,9	0,44	-0,34	1,58	24,9	95	
	5 000	8,4	8,91	7,3	3,8	0,53	-0,23	1,41	27,0	103	
	6 000	7,8	8,88	6,8	3,7	0,63	-0,09	1,29	28,7	110	
	7 000	7,4	8,86	6,4	3,7	0,70	0,02	1,49	30,1	115	
65	1 000	45,7	41,52	44,5	5,4	0,08	-0,52	3,46	19,3	84	
	2 000	42,4	41,42	44,3	4,9	0,32	-0,44	2,24	24,1	112	
45	35	3000	10,9	11,36	9,8	4,7	0,43	-0,29	1,82	28,0	131
	4 000	9,9	11,32	8,9	4,5	0,59	-0,45	1,58	31,3	147	
	5 000	9,3	11,29	8,2	4,4	0,70	0,02	1,41	34,0	159	
	500	21,6	13,86	20,3	6,5	-0,06	-0,50	4,47	48,3	83	
	1 000	17,5	13,70	15,9	5,9	0,15	-0,51	3,46	22,9	121	
	1 500	14,9	13,67	13,7	5,7	0,31	-0,44	2,58	26,4	143	
55	2 000	13,6	13,63	12,4	5,5	0,42	-0,36	2,24	29,0	161	
	2 500	12,6	13,59	11,5	5,3	0,51	-0,26	2,00	31,2	176	
	3 000	11,8	13,53	10,7	5,2	0,59	-0,45	1,82	32,8	186	
	3 500	11,3	13,54	10,2	5,1	0,65	-0,06	1,69	35,1	199	
	500	23,2	15,97	21,8	7,0	0,00	-0,52	4,47	21,4	119	
	1 000	18,2	15,83	17,0	6,5	0,24	-0,48	3,46	26,0	172	
750	1 500	15,9	15,75	14,7	6,2	0,40	-0,37	2,58	29,8	195	
	2 000	14,5	15,69	13,3	5,9	0,51	-0,26	2,24	33,0	218	
	2 500	13,5	15,65	12,3	5,8	0,60	-0,14	2,00	35,8	236	
	3 000	12,6	15,62	11,5	5,7	0,69	0,00	1,82	37,4	252	
	250	31,4	18,10	29,6	8,2	-0,45	-0,46	6,32	18,9	94	
	500	24,5	17,90	23,4	7,5	0,06	-0,52	4,47	23,4	154	
65	750	21,3	17,80	20,0	7,2	0,49	-0,50	3,65	26,7	186	
	1 000	19,4	17,80	18,1	6,9	0,30	-0,45	3,46	29,6	211	
65	1 250	17,9	17,70	16,7	6,7	0,38	-0,39	2,83	31,4	229	

Окончание табл. 3

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
4 500	16,8	17,70	15,6	6,6	0,47	-0,30	2,58	33,2	243		
4 750	16,9	17,60	14,8	6,5	0,53	-0,23	2,39	35,2	258		
2 000	15,3	17,60	14,4	6,4	0,59	-0,45	2,24	36,8	270		
250	32,6	20,00	31,1	8,7	-0,11	-0,48	6,32	20,9	142		
500	25,7	19,80	24,3	8,0	0,11	-0,52	4,47	25,9	209		
750	22,3	19,70	21,0	7,6	0,25	-0,48	3,65	29,3	245		
75	4 000	20,2	19,60	18,9	7,4	0,37	-0,40	3,46	32,0	270	
4 250	18,8	19,60	17,5	7,2	0,46	-0,32	2,83	34,7	293		
1 500	17,6	19,50	16,4	7,0	0,53	-0,23	2,58	36,5	342		
4 750	16,8	19,50	15,6	6,9	0,59	-0,45	2,39	38,8	331		
200	36,8	21,90	35,2	9,4	-0,13	-0,47	7,07	21,3	163		
400	28,9	21,70	27,5	8,7	0,08	-0,52	5,0	26,2	235		
600	25,2	21,60	23,8	8,3	0,22	-0,49	4,07	29,9	277		
85	800	22,8	21,60	21,5	7,9	0,33	-0,43	3,53	32,7	306	
1 000	24,4	21,50	19,8	7,8	0,42	-0,36	3,16	34,9	331		
1 200	19,9	21,50	18,6	7,6	0,49	-0,28	2,89	37,3	353		
1 400	18,9	21,40	17,6	7,5	0,56	-0,19	2,67	39,3	372		
100	48,8	23,90	46,9	10,7	-0,29	-0,35	10,0	18,7	134		
300	33,3	23,60	31,7	9,4	0,03	-0,52	5,77	26,1	264		
500	27,8	23,50	26,4	8,8	0,20	-0,50	4,47	30,3	320		
700	24,8	23,40	23,4	8,5	0,30	-0,43	3,78	33,8	354		
900	22,7	23,30	21,4	8,2	0,40	-0,37	3,33	36,4	384		

УРАВНЕНИЯ СВЯЗИ ДЛЯ ДРЕВОСТОЕВ РАЗНЫХ УРОВНЕЙ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ

При получении этих связей использован материал 327 обмеров пробных площадей, заложенных в разных частях боров и колеблющихся по производительности от I^а до V класса бонитета. Древостои относятся в основном к пяти группам типов леса. Выявлялась зависимость от времени, производительности и густоты параметров рядов распределения числа стволов по толщине, а также запасов на единице площади. Использовались такие показатели, как средний возраст древостоеев, средняя высота, среднеквадратический диаметр, число стволов на гектаре, среднее расстояние между деревьями, запас (в коре) на гектаре. Для выявления тесноты множественных связей и определения значений коэффициентов в уравнениях множественной регрессии проводилась обработка данных по программе множественного регрессионного анализа, разработанной О. М. Дукарским и А. Г. Закурдаевым (1969) для ЭВМ «Минск-22». Использовалась преимущественно третья часть программы, где находят зависимости после логарифмического преобразования переменных. При изучении парных связей перечисленных выше показателей была установлена их значительная криволинейность, устраниемая частично при логарифмировании. Кроме того, эти уравнения передают эффект совместного влияния независимых переменных, что также очень важно при учете множественных зависимостей. При исследовании взаимосвязей вводилось пять-шесть независимых переменных с последующим исключением показателей, мало влияющих на изменение результирующего признака.

В первую очередь исследовалась зависимость средней высоты древостоеев от возраста и среднего расстояния между деревьями. Корреляционная матрица парных и частных коэффициентов корреляции в этом случае такова:

Парные			Частные		
	$\ln h$	$\ln A$		$\ln h$	$\ln A$
	$\ln l_{cp}$			$\ln l_{cp}$	
$\ln h$	—	0,921	0,848	—	0,734
$\ln A$	—	0,829	—	—	0,234

Парные коэффициенты корреляции здесь очень большие, а частный — значителен только для высоты и возраста при постоянном среднем расстоянии. Средняя высота в одном и том же возрасте мало зависит от густоты. Уравнение связи получено следующее:

$$h = e^{-0,09} A^{0,63} l_{cp}^{0,26} \quad (4.11)$$

с коэффициентом множественной корреляции: $R = 0,933$, $F_1 = 7,7$, $F_2 = 1095$. Коэффициент множественной детерминации $D = 0,870$, частные $d_1 = 0,641$, $d_2 = 0,230$. Внутренняя мера определенности такая же большая: $d_{vn} = 0,687$, коэффициент корреляции b_1 и b_2 равен 0,829. Достоверность коэффициентов регрессии высокая: $t_1 = 19,5$, $t_2 = 7,6$. Относительная ошибка аппроксимации невелика, $\varepsilon_1 = 14,6\%$, средневзвешенная $\varepsilon_2 = 13,4\%$, среднеквадратическая — 15,8%. Определение высот по этим независимым переменным несколько менее надежно, чем по возрасту и высоте в 100-летнем возрасте. Проверялась гипотеза, что возраст и густота древостоев, выражаемая средним расстоянием между деревьями, однозначно определяют величину среднеквадратического диаметра древостоев. Матрица парных и частных коэффициентов корреляции (в логарифмической системе координат) получена следующая:

Парные		Частные	
	$\ln A$	$\ln l_{cp}$	$\ln A$
			$\ln l_{cp}$
$\ln d_m$	0,904	0,944	0,657
$\ln A$	—	0,829	—
			-0,469

Из этих данных следует наличие очень высоких парных связей указанных признаков, но при исключении влияния возраста связь диаметра со средним рас-

стоянием выше, чем у диаметра и возраста при исключении влияния среднего расстояния. Связь же с возрастом среднего расстояния при постоянном диаметре очень низкая и обратная. Получено уравнение связи:

$$d_m = e^{0,25} A^{0,44} l_{cp}^{0,75} \quad (4.12)$$

с коэффициентом множественной корреляции $R = 0,968$ и соотношением остаточной и общей дисперсий $F_1 = 16$. Достоверность коэффициента корреляции при $n = 320$ очень велика ($F_2 = 2454$). Квадрат коэффициента корреляции $D = 0,938$, или эти показатели объясняют 93,8% изменчивости диаметров. При этом получены частные коэффициенты детерминации $d_1 = 0,352$, $d_2 = 0,586$, т. е. возраст объясняет 35%, а среднее расстояние — 59% этой изменчивости. Внутренняя мера определенности $d_{vn} = 0,687$, т. е. наблюдается довольно высокая взаимосвязь аргументов в уравнении регрессии и коэффициенты регрессии определяются взаимосвязанно (при $d_{vn} = 1$ система нормальных уравнений становится полностью неопределенной). Коэффициент корреляции между коэффициентами регрессии b_1 и b_2 равен -0,829. Отношение величины коэффициента регрессии к его ошибке оценивалось по критерию t и получилось равным: $t_1 = 15,7$, $t_2 = 25,4$, т. е. много больше 3. Относительная ошибка аппроксимации для уравнения равна 12%, средневзвешенная — 11, среднеквадратическая — 12,6%. Таким образом, уравнение получилось вполне надежным. Однако дополнительное исследование ошибок уравнения, вычисленных применительно к отдельным наблюдениям, показало, что оно дает систематические погрешности в древостоях различной производительности.

Тип леса	Ошибка, %							
	-35	-25	-15	-5	5	15	25	35
Сосняк								
орляково-осочковый	—	—	—	—	11	17	9	—
разнотравный	—	—	2	7	17	17	6	1
разнотравно-брусничный	—	—	9	26	57	14	2	1
зеленомощный	7	12	10	33	15	3	4	3
остепненный	—	5	16	16	—	—	—	—
Общее	7	17	37	82	100	51	21	5

Следовательно, анализируемая зависимость диаметра от возраста и густоты может быть использована в пределах группы древостоев одного уровня производительности. Поэтому была рассчитана зависимость среднеквадратического диаметра от возраста, средней высоты и среднего расстояния между деревьями. При этом учитывалось, что возраст и средняя высота определяют производительность древостоев. Оказалось, что вполне достаточно в уравнении оставить только две последние переменные, которые передают также влияние на средний диаметр возраста насаждений.

Полученное уравнение

$$d_m = e^{0,17} H^{0,71} l_{cp}^{0,59} \quad (4.13)$$

характеризуется высоким коэффициентом множественной корреляции ($R = 0,987$) и соотношением общей и остаточной дисперсий ($F_1 = 38$). Достоверность коэффициента множественной корреляции очень велика ($F_2 = 6059$). Квадрат коэффициента корреляции $D = 0,974$, или эти два показателя объясняют 97,4% общей изменчивости диаметров. Частные коэффициенты детерминации $d_1 = 0,527$ и $d_2 = 0,447$, т. е. высота объясняет большую долю изменчивости диаметров по сравнению с густотой. Внутренняя мера определенности $d_{bi} = 0,718$ или несколько выше, чем для предыдущего уравнения. Коэффициент корреляции между коэффициентами регрессии равен 0,848. Отношение величины коэффициента регрессии к его ошибке для показателя степени у высот равно 32,7, для показателя степени у средних расстояний — 28. Относительная ошибка аппроксимации $\varepsilon_1 = 8\%$, средневзвешенная $\varepsilon_2 = 7,4$, среднеквадратическая $\varepsilon_3 = 8,8\%$.

Таким образом, данное уравнение значительно точнее предыдущего. Ошибки отдельных наблюдений не проявляют какой-либо закономерной связи с изменением производительности древостоев.

Тип леса	Ошибка, %							
	-35	-25	-15	-5	5	15	25	35
Сосняк								
орляково-осочковый . . .	24	13						

Тип леса	Ошибка, %							
	-35	-25	-15	-5	5	15	25	35
Сосняк								
разнотравный	4	1	5	13	15	8	8	
разнотравно-брюсничный		1	13	43	35	13	4	1
зеленоомощный		4	12	35	26	11	1	1
остепненный		1	1	9	22	8		
Общее	1	7	31	124	111	40	13	2

Поэтому данную зависимость можно использовать для древостоев разной производительности. Для среднегарифметического диаметра насаждений связь с теми же факторами одинакова по тесноте и несколько отличается значениями коэффициентов.

Среднеквадратическое отклонение ряда распределения числа стволов по толщине наиболее надежно определяется в зависимости от средней высоты древостоев, их среднегарифметического диаметра и среднего расстояния между деревьями:

$$\sigma = e^{-0,43} h^{1,01} l_{cp}^{0,59} d_{cp.ap}^{-0,46} \quad (4.14)$$

$$\begin{aligned} R &= 0,924, F_1 = 6,8, F_2 = 635; D = 0,854, d_1 = \\ &= 0,864, d_2 = 0,488, d_3 = -0,498, d_{bi1} = 0,934, \\ &d_{bi2} = 0,918, d_{bi3} = 0,974, r_{b_1 b_2} = 0,514, r_{b_1 b_3} = \\ &= -0,875, r_{b_2 b_3} = -0,841, t_1 = 11,6, t_2 = 7,8, t_3 = \\ &= 4,3, \varepsilon_1 = 17,2\%, \varepsilon_2 = 20,2\%, \varepsilon_3 = 22,4\%. \end{aligned}$$

Но даже совокупность этих трех факторов объясняет только 85% изменчивости среднеквадратического отклонения, поэтому следует продолжить изучение характера связей его с другими показателями и уточнения вида зависимости от вышеперечисленных таксономических признаков.

Коэффициент асимметрии получен со средней достоверностью при умеренной величине среднеквадратической погрешности:

$$Ac = e^{0,64} A^{0,17} h^{0,48} d_{cp.ap}^{-0,78} \sigma^{0,14} \quad (4.15)$$

$$D = 0,486, \varepsilon_1 = 12,9\%, \varepsilon_2 = 12,3, \varepsilon_3 = 16,1\%.$$

Показатель эксцесса вычисляется с низкой достоверностью при большой величине ошибки:

$$\varepsilon = e^{-0,2} A^{0,26} \sigma^{-0,40} A_c^{0,46} \quad (4.16)$$

$$D = 0,202, \varepsilon_1 = 24,9\%, \varepsilon_2 = 45,4, \varepsilon_3 = 49,7\%.$$

Поэтому целесообразнее, видимо, использовать парную зависимость эксцесса от асимметрии:

$$\varepsilon = 1,363A_c^2 - 0,19A_c - 0,517 \quad (4.17)$$

$$(R^2 = 0,601).$$

После этого был определен средний запас древостоев как функция средних высоты, диаметра и числа стволов на гектаре. В уравнение были включены также независимые переменные — возраст и среднее расстояние между деревьями, но их влияние оказалось несущественным на 5%-ном уровне, поэтому они исключены из рассмотрения. Корреляционная матрица получена следующая:

	Парные			Частные			
	$\ln h$	$\ln d$	$\ln N$	(—)	$\ln h$	$\ln d$	$\ln N$
$\ln M$	0,906	0,812	-0,605	—	0,591	0,461	-0,721
$\ln h$	—	0,959	-0,848	—	0,378	-0,077	
$\ln d$			-0,944				-0,870

Отсюда следует, что для определения запаса в первую очередь нужно использовать число стволов, затем высоту и в последнюю очередь — диаметр. Обращает на себя внимание высокий коэффициент корреляции между диаметром и числом стволов при постоянстве других показателей, и почти полная независимость от густоты насаждений средних высот (при равных средних диаметрах и запасах).

Уравнение связи выглядит так:

$$M = e^{-7,22} h^{1,31} d^{1,21} N^{0,774}. \quad (4.18)$$

Коэффициент множественной корреляции $R = 0,966$, $F_1 = 15,1$, $F_2 = 1548$. Коэффициент множественной

детерминации равен 0,934, частной — $d_1 = 0,771$, $d_2 = 0,790$, $d_3 = -0,627$. Внутренняя мера определенности для параметров данного уравнения очень высока — $d_{\text{вн}1} = 0,952$, $d_{\text{вн}2} = 0,981$, $d_{\text{вн}3} = 0,934$. Коэффициенты уравнения в масштабе переменной таковы: $a_1 = 0,851$, $a_2 = 0,972$, $a_3 = 1,036$, т. е. наибольшее влияние на запас оказывает густота, меньшее — высота.

Корреляция между коэффициентами уравнения тестовая:

b_2	b_3
$b_1 - 0,910$	-0,625
$b_2 -$	0,875

Достоверность коэффициентов регрессии высокая: $t_1 = 13,2$, $t_2 = 9,4$, $t_3 = 18,8$. Ошибки уравнения получены следующие: $\varepsilon_1 = 12,2\%$, $\varepsilon_2 = 8,2$, $\varepsilon_3 = 11,4\%$.

Результаты расчетов средних таксационных показателей древостоев сосняка разнотравно-брусличного для фиксированных значений возраста и густоты, взятых в пределах изменений фактических значений на пробных площадях, приводятся в табл. 4.

Вычисленные значения таксационных показателей образуют в трехмерном пространстве различные поверхности распределения средних величин. Высокие показатели тесноты связи и малые ошибки свидетельствуют о том, что эти зависимости отражают множественный характер взаимосвязей, существующих в древостоях, и зависимость от возраста и густоты древостоев как средних таксационных признаков, так и параметров рядов распределения. В то же время невозможно предсказать движение по полученным поверхностям точек, соответствующих таксационным показателям отдельных древостоев. Только усредняя значения числа стволов в разные возрасты или принимая за норму их максимальные значения, можно получить таблицы хода роста модальных и нормальных древостоев. Но для изучения хода роста оптимальных древостоев полученные поверхности имеют наибольшее значение, поскольку можно по принятому критерию оптимальности выявить оптимальные насаждения в любом возрасте, а соединив линию локальных оптимумов, получить динамику оптимальных древостоев. При этом особенно важны пар-

Таблица 4

Изменение с возрастом и густотой средних таксационных показателей сосняков разнотравно-брусличных и парамстрев рядов распределения числа стволов по диаметру

A, лет	N. шт/га	h, м	d_m , см	M, м ³	$d_{ср.ap}$	σ , см	Ac		E
							1	2	
15	4 000	5,7	5,7	37	5,3	2,29	0,16	0,28	
	6 000	5,4	5,0	39	4,5	2,08	0,31	-0,14	
	8 000	5,2	4,5	41	4,0	1,92	0,45	-0,03	
	10 000	5,0	4,2	43	3,7	1,83	0,60	0,07	
	12 000	4,9	3,9	44	3,4	1,76	0,70	0,14	
	14 000	4,8	3,6	44	3,2	1,68	0,82	0,20	
	2 000	8,6	9,5	67	8,7	3,40	0,06	0,35	
	3 000	8,2	8,1	70	7,4	3,07	0,25	-0,22	
	4 000	7,9	7,3	74	6,6	2,87	0,39	-0,12	
	5 000	7,6	6,7	76	6,1	2,70	0,48	-0,03	
25	6 000	7,4	6,3	79	5,7	2,58	0,58	0,03	
	7 000	7,3	5,9	80	5,3	2,49	0,68	0,14	
	1 000	11,7	14,2	95	13,2	4,84	-0,04	-0,43	
	2 000	10,6	11,0	104	10,1	3,94	0,20	-0,24	
	3 000	10,1	9,4	111	8,6	3,55	0,39	-0,09	
	4 000	9,7	8,5	117	7,7	3,31	0,54	0,01	
	5 000	9,4	7,8	120	7,1	3,12	0,65	0,10	
	500	15,0	20,5	120	19,3	6,18	-0,26	-0,54	
	1 000	13,7	15,8	132	14,8	5,20	0	-0,39	
	1 500	13,0	13,6	141	12,6	4,71	0,18	-0,26	
35	2 000	12,5	12,2	147	11,3	4,39	0,31	-0,16	
	2 500	12,1	11,2	152	10,4	4,14	0,40	-0,08	
	3 000	11,8	10,5	155	9,6	3,96	0,52	-0,02	
	3 500	11,6	9,9	160	9,1	3,81	0,58	0,05	
	500	17,0	22,4	157	21,1	6,75	-0,49	-0,54	
	1 000	15,5	17,3	168	15,8	5,57	0,09	-0,32	
	1 500	14,7	14,8	184	13,8	5,43	0,26	-0,19	
55	2 000	14,2	13,4	194	12,4	4,78	0,39	-0,10	
	2 500	13,8	12,3	200	11,3	4,53	0,51	0,00	
	3 000	13,4	11,4	204	10,5	4,32	0,61	0,07	
	250	20,7	31,1	177	29,8	8,60	-0,38	-0,68	
	500	18,9	24,0	196	22,8	7,24	-0,14	-0,50	
	750	17,9	20,7	209	19,4	6,54	0,02	-0,37	
65	1 000	17,2	18,6	219	17,4	6,10	0,14	-0,27	
	1 250	16,7	17,1	226	16,0	5,77	0,25	-0,21	
	1 500	16,3	16,0	231	14,9	5,51	0,33	-0,14	
	1 750	16,0	15,1	238	14,0	5,31	0,41	-0,08	
	2 000	15,7	14,4	254	13,3	5,14	0,47	-0,03	

1	2	3	4	5	6	7	8	9
75	250	22,6	33,1	214	31,7	9,16	-0,33	-0,65
	500	20,7	25,6	239	24,3	7,70	-0,08	-0,46
	750	19,6	22,0	254	20,7	6,97	0,09	-0,33
	1 000	18,9	19,8	266	18,6	6,50	0,22	-0,24
	1 250	18,3	18,2	274	17,0	6,15	0,31	-0,15
	1 500	17,9	17,0	282	15,8	5,88	0,41	-0,09
	1 750	17,5	16,9	287	14,9	5,65	0,43	-0,03
	200	25,2	38,0	246	36,6	10,22	-0,37	-0,68
	400	23,0	29,4	274	27,8	8,62	-0,12	-0,49
	600	21,8	25,2	290	23,8	7,77	0,05	-0,36
85	800	21,0	22,7	302	21,4	7,25	0,17	-0,26
	1 000	20,4	20,9	314	19,6	6,85	0,26	-0,19
	1 200	19,9	19,5	323	18,3	6,55	0,34	-0,13
	1 400	19,5	18,4	330	17,2	6,30	0,42	-0,08
	100	29,6	51,7	258	50,3	12,74	-0,55	-0,82
95	300	25,6	34,3	304	32,8	9,69	-0,19	-0,54
	500	24,0	28,4	329	27,0	8,54	0,01	-0,38
	700	23,0	25,0	346	23,8	7,85	0,14	-0,28
	900	22,2	22,8	359	21,5	7,37	0,26	-0,20

метры рядов распределения числа стволов по толщине, от которых и проводится переход к количественным и качественным критериям при оценке полезной продукции, получаемой при лесовыращивании и оптимизируемой при этом. Однако прежде чем переходить к проблеме оптимизации, сравним результаты двух путей получения множественных связей.

АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Найденные зависимости, отличающиеся высокой генетической связью, близкой к функциональной, позволяют решать ряд важных задач. Предварительно требуется оценить путем сравнения достоверность полученных результатов.

Значения высот, вычисленные по уравнениям (4.9) и (4.11) для средних значений густоты, неодинаково отклоняются от линии средних высот по данной группе типов леса. Первое из них дает отклонения около одного метра в сторону завышения в 15 и 25 лет, а вто-

рое — отклонение примерно такой же величины в 45—65 лет. В то же время первое не дает дифференциации высот с изменением густоты в одном и том же возрасте, а второе более соответствует фактическим данным, показывая возрастание средних высот в более редких древостоях. Однако в возрасте 95 лет разница высот для крайних значений густоты в восемь метров представляется завышенной.

Изменение средних диаметров в зависимости от густоты древостоев, определенное по уравнениям (4.2) и (4.13), происходит одинаково и соответствует фактическому положению — меньшей густоте соответствуют большие показатели диаметров. Все же в молодом возрасте значения диаметров по уравнению (4.2) получаются завышенными на 1—2 см. С 65-летнего возраста кривые диаметров в зависимости от густоты, вычисленные разными способами, практически совпадают.

Для среднеквадратических отклонений наблюдается такая же закономерность — расходясь в молодом возрасте на сантиметр, их значения практически совпадают в более старших возрастах.

При этом наблюдается большая дифференциация в связи с густотой значений, определенных по уравнению (4.14).

Показатели асимметрии уменьшаются с уменьшением густоты в одинаковом возрасте и с увеличением возраста, постепенно все более переходя в отрицательную область. В молодом возрасте значения асимметрии, рассчитанные двумя способами, почти совпадают. В возрасте 45—55 лет они различаются на одну десятую, при сохранении параллельности изменения в зависимости от густоты, и эти различия, несколько уменьшаясь, сохраняются в более старших возрастах.

Показатели эксцесса отличаются только вследствие неодинаковости величин асимметрии в разных таблицах, по связи с которой они определялись.

Таким образом, два разных способа расчетов показателей рядов распределения числа стволов по толщине дают практически совпадающие результаты. Заметно различаются показатели средних высот древостоев, причем трудно отдать предпочтение одному из способов расчета. Поэтому желательно найти более надежный путь их вычисления. В тесной связи с высотами

находится и определение запасов: погрешности в их определении переходят на запасы, изменение которых в зависимости от основных факторов передается уравнениями довольно точно.

В целях проверки возможностей использования результатов по материалам, полученным первым методом, т. е. для древостоев одного уровня производительности, были проведены расчеты выхода деловой древесины в разном возрасте и при различной густоте для выявления древостоев, оптимальных с точки зрения поставленной цели лесовыращивания. Для этого необходимо было получить ряды распределения запасов по ступеням толщины, для чего предварительно требовалось знать высоты по ступеням толщины.

Поэтому для всех пробных площадей в древостоях сосновых разнотравно-брусличных по размерам высот и диаметров на модельных и стоящих деревьях были рассчитаны параметры уравнения связи этих признаков

$$(h - 1,3)/d = a + bd. \quad (4.19)$$

Затем параметры этого уравнения выравнивались в зависимости от возраста, высоты, диаметра и числа стволов. Выяснилось, что связь параметра a с этими факторами криволинейная, параметра b — прямолинейная. Теснота связи параметров a и b с перечисленными признаками средняя, т. е. не только они влияют на изменчивость средних высот по ступеням толщины в изученных древостоях. Вероятно, сказалась некоторая неоднородность рассматриваемой совокупности по производительности, что и повлияло на тесноту связи. Полученные кривые высот в одном возрасте имели очень большую амплитуду, не соответствующую действительности, поэтому была вычислена зависимость параметров уравнения (4.19) только от возраста. Для каждого распределения в одном возрасте средняя высота дерева конкретной ступени толщины принималась постоянной независимо от густоты. Такое предположение вполне допустимо, поскольку указанные взаимосвязи должны изучаться при постоянстве прочих факторов, что не могло быть достигнуто в исходном материале.

Для всех возрастов и густот, указанных в табл. 3, были вычислены средние высоты деревьев по ступеням

толщины. Затем по формуле (4.10) определены запасы по ступеням толщины и в целом на гектаре. Погрешности уравнения для насаждений в целом оказались незначительными.

Расчет запасов по ступеням толщины с учетом одних только диаметров по уравнению

$$V = 0,000211d_i^{0,36} \cdot N_i \quad (4.20)$$

(где d_i — диаметр середины ступени, N_i — число стволов в ступени толщины) дает завышение запасов в старших возрастах и занижение в младших. Поэтому очевидно, что параметры этого уравнения меняются с возрастом, и связь эта требует дополнительного изучения.

Выход деловой древесины по ступеням толщины в древостоих разного возраста определен по сортиментным таблицам В. С. Полякова, А. В. Поляковой и И. А. Григорашенко (1973). Предварительно подбирались аналитическое выражение для выхода деловой древесины разных категорий крупности (табл. 5).

Таблица 5
Виды и параметры уравнений выхода деловой древесины в зависимости от диаметра деревьев

Категория	Вид	Параметр			Коэффициент детерминации
		a	b	c	
Крупная	$y = ax^b e^{cx}$	9,55	0,877	-0,031	0,94
Крупная и средняя	$y = a + b/x$	86,98	-138,65	—	0,94
Вся деловая	$y = a + b/x^2$	87,56	-2848,3	—	0,93

Здесь переменная x представляет собой диаметр ступени, уменьшенный на тот диаметр, с которого начинается выход данной категории древесины, т. е. $x = d - d_0$. Например, для крупной деловой древесины $d_0 = 22$ см, крупной и средней $d_0 = 12$, всей деловой $d_0 = 7$ см. Переменная y обозначает процент выхода деловой древесины, поэтому для получения конечного результата — выхода деловой древесины по ступеням толщины — необходимо полученный результат разделить на сто,

а затем умножением запаса в ступени толщины выровненного ряда распределения запаса по ступеням на долю деловой древесины данной категории крупности получить искомый результат. Для конкретных расчетов берется во внимание, что целью ведения хозяйства в эксплуатационных лесах II группы Минусинских боров является выращивание крупной и средней деловой древесины в максимально возможных размерах в наиболее сжатые сроки. Поэтому были рассчитаны значения выхода крупной и средней деловой древесины и сравнивались для древостоев одного возраста, но разной густоты. Полученные значения выравнивались в зависимости от густоты по уравнению показательно-степенной функции

$$y = ax^b e^{cx}, \quad (4.21)$$

где y — выход крупной и средней деловой древесины, м³; x — густота, число стволов на гектаре; a , b , c — параметры уравнения.

Локальные максимумы (для фиксированного возраста) выхода деловой древесины определяются равенством

$$x = -b/c. \quad (4.22)$$

Установлено, что в возрасте 45 лет оптимальная густота равна 1280, 55 лет — 1570, 65 лет — 3010, 75 лет — 1380, 85 лет — 1270 и 95 лет — 810 стволов на гектар. Общий оптимум выхода деловой древесины определился в 90—95 лет, поэтому расчеты для более старших возрастов не проводились. Таким образом, целью ведения хозяйства в древостоих данной группы типов леса является воспитание древостоев, имеющих к возрасту 95 лет около 800 лучших стволов на гектар. Ход роста оптимальных древостоев не может объединять линию локальных оптимумов, т. е. нельзя стремиться к выращиванию в каждом конкретном возрасте древостоев с наибольшим возможным выходом крупной и средней деловой древесины, поскольку до 60 лет им соответствует меньшая густота, чем после этого возраста. Поэтому ход роста оптимальных древостоев должен отражать возможность постепенного подведения

наиболее распространенных молодых древостоев к оптимальному состоянию в возрасте спелости. При этом повторяемость и интенсивность рубок ухода зависят от экономических возможностей хозяйства.

Полученные поверхности распределения таксационных признаков позволяют рассчитывать средние таксационные показатели древостоев при разных вариантах рубок ухода в зависимости от существующих потребностей, что дает возможность сравнивать экономическую эффективность различных вариантов изреживания. Это расширяет возможности лесоводов по сравнению с существующими методами определения оптимальных состояний древостоев. Так, например, Н. Петерсон (Pettersson, 1955) ориентируется в расчетах только на одно среднее начальное состояние молодняков, тогда как предлагаемая методика позволяет учесть все разнообразие исходных состояний. В. С. Чуенков (1972) учитывает влияние начальной густоты, но в его расчетах заложен один и тот же экспоненциальный закон изреживания древостоев.

При использовании рекомендуемой методики возможно проводить расчеты изменения таксационных показателей для любых темпов изреживания. Неясным остается вопрос о темпах самоизреживания, которые влияют на производительность насаждений при очень больших интервалах между приемами рубок ухода. Для того чтобы подойти к его решению, необходимо рассмотреть закономерности динамики древесного полога.

ГЛАВА V

ДИНАМИКА ДРЕВЕСНОГО ПОЛОГА

Под пологом древостоев понимают пространство, занятное кронами древесной растительности. В одновозрастных древостоях полог характеризуется горизонтальной сомкнутостью и ограничен по глубине вследствие полного перехвата солнечного света верхними частями крон и отмирания нижних, сильно затененных ветвей. С возрастом отрыв древесного полога от почвы увеличивается и только в стадии разрушения древостоев возможен переход к пологу вертикальной сомкнутости. При изучении изменений таксационных показателей особенно важно проследить динамику древесного полога, характеризующего в первую очередь размеры фотосинтезирующего аппарата отдельных насаждений, с чем тесно связан рост древостоев. Затем между размерами ствола и кроны имеются корреляционные связи, которые должны быть изучены для лучшего понимания связей между таксационными показателями. Ценотические отношения между деревьями затрагивают в первую очередь рост крон, затем они сказываются на размерах стволов, являющихся результатом физиологических процессов, протекающих в древесном пологе. Поэтому при изучении динамики насаждений нужно обратить внимание на изменение размеров крон, их форму и взаимосвязи этих размеров с таксационными признаками. Большинство исследователей связывает рост дерева с размерами кроны или величиной фотосинтезирующего аппарата растения, в зависимости от количества, качества и характера размещения которого в пространстве находится продуктивность.

Э. Ассман (Assmann, 1961) приводит основные показатели, обычно измеряющиеся для надземной части дерева, и средние соотношения этих показателей, вы-

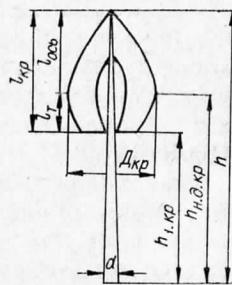


Рис. 16. Показатели размеров кроны дерева.

отношение диаметра кроны к длине, или «сплюснутость», $-D_{kp} : l$ и некоторые другие.

Объем кроны у острокронных хвойных деревьев приближенно определяется как объем конуса:

$$I = \frac{\pi D_{kp}^2 l}{12}, \quad (5.1)$$

или как объем квадратического параболоида:

$$I = \frac{\pi D_{kp}^2 l}{8}. \quad (5.2)$$

Для исчисления площади поверхности кроны применяют формулу конуса:

$$M = \frac{\pi}{4} D_{kp} \sqrt{4l^2 + D_{kp}^2} \quad (5.3)$$

Поверхность фактически образующегося параболоида в 1,2–1,4 раза больше, но для сравнительных исследований можно использовать приведенную формулу.

Полученные показатели размеров крон используют для выявления продуктивности ассимиляционного аппарата, выражаемой объемным приростом дерева. Установлена общая закономерность, что «чем неблагоприятнее местообитание и климат, тем большую массу листьев (хвои) требуется, чтобы произвести равную массу древесины» (Assmann, 1961). В пределах одного

насаждения величина кроны и отнесенная к площади роста дерева продуктивность меняется при различной структуре насаждения и в зависимости от лесоводственного воздействия. Степень экономности использования пространства роста зависит от продуктивности прироста при данных размерах кроны. При растущей ширине кроны соотношение поверхности и объема ее изменяется в неблагоприятную для производительности ассимиляции сторону. В общем объеме кроны увеличивается количество несущих, не производящих, но потребляющих частей кроны по сравнению с участием хорошо ассимилирующей освещенной части. Оптимум отнесенной к площади роста продуктивности лежит обычно около средних размеров крон.

ЗАВИСИМОСТЬ ПРИРОСТА СТВОЛОВ ОТ РАЗМЕРОВ КРОН И ДЕРЕВЬЕВ

Одним из первых уделил внимание изучению зависимостей прироста ствола по диаметру на высоте груди от размеров кроны (длины ее, ширины и площади проекции) Бюссе (Büsse, 1930), использовавший материалы обмеров постоянных пробных площадей. Он сделал вывод, что эта связь становится более надежной по мере увеличения периода определения прироста (от 5 до 20 лет). Для текущего прироста по объему отдельных деревьев им отмечена достаточно надежная криволинейная связь с весом сырой хвои, которая становится более тесной при переходе к сухому весу.

Из работ последнего времени интересно исследование, проведенное И. Лембке (Lembke, 1956), который делил деревья в сосновых древостоях по качеству крон на три класса и устанавливал тесноту связи с приростом по диаметру. Коэффициент корреляции в высокоплотных древостоях колебался от 0,30 до 0,60, а в разреженных насаждениях (с полнотой 0,7 и ниже) зависимость была выражена слабее. Он приходит к заключению, что по качеству крон можно отбирать деревья будущего, или носителей прироста. Этой теме посвящена и работа П. С. Кондратьева (1961), который указывает, что прирост и качество древесины деревьев в древостое зависит от их площади питания или

размеров крон. Деревья, не имеющие возможности увеличивать с возрастом размеры кроны, приостанавливают прирост и идут в отпад. Для определения продуктивности использования площади питания деревья сосновых классов роста он определил прирост древесины, приходящийся на 1 м² площади проекции кроны, и выразил в процентах по отношению к деревьям III класса роста, наиболее полно использующим площадь питания. Деревья I класса роста отстают на 8% (за счет плодоношения), а V — на 27%. Приведенные данные прироста по диаметру показывают тесную связь с размерами кроны, выражющуюся криволинейной зависимостью. Снижение или увеличение размеров кроны отражается на приросте древесины не пропорционально соотношению средних величин, а значительно сильнее. Поэтому создание лучших условий для развития кроны будет способствовать увеличению прироста древесины.

Аналогичные выводы сделаны И. Павличем (Pawlić, 1966), хотя тот исследовал другие показатели — зависимость относительного процента текущего прироста, приходящегося на 1 м² проекции кроны, от индекса проекции кроны (отношение площади проекции кроны к площади сечения дерева на высоте груди). Он показывает неодинаковые темпы изменения текущего прироста с увеличением индекса проекции кроны и наибольшее значение его наблюдается при наименьшем индексе. Кенниел (Kennel, 1966) изучал в еловых и буковых насаждениях ГДР зависимость текущего прироста по объему от размеров дерева, кроны, расстояния до соседей и размеров соседних деревьев. Он приходит к выводу, что когда в насаждении уже установилось равновесие между размерами деревьев, то текущий прирост деревьев по объему можно определить по его связям с высотой, диаметром и размерами кроны дерева.

Боучек (Boček, 1966) выявил взаимосвязь между объемом кроны и объемным приростом деревьев ели. Зависимость годичного прироста объема ствола от объема кроны он выразил параболой второго порядка с корреляционным отношением 0,88. Приrostы по высоте и диаметру также тесно связаны с объемом кроны ($r_h = 0,51$, $r_d = 0,84$).

Л. Мадаш (Madaš, 1967) вводит новое понятие — «специфический текущий прирост», или прирост ствола, соответствующий 1 м² поверхности кроны. Сначала он быстро возрастает, затем достигает кульминации и с дальнейшим увеличением возраста постепенно снижается. По его мнению, кульминация текущего прироста насаждения — следствие физиологических особенностей дерева и зависит от «специфического текущего прироста», а не результат изменения числа деревьев. Он отмечает, что увеличение текущего прироста насаждения возможно лишь на основе учета различных требований древесных пород к площади питания, физиологической специфики и правильного формирования структуры древостоя.

А. К. Поляков (1969) исследовал в культурах сосны разного возраста (41—93 года) зависимость прироста деревьев по диаметру и объему от диаметра и объема кроны, в результате чего найдены размеры крон, обеспечивающие наивысший прирост деревьев в данном возрасте. Им указывается, что для правильного проведения рубок ухода необходимо найти зависимость между оптимальной величиной крон и площадью питания, с тем чтобы определить размер выборки при рубках ухода, ориентируясь на наилучшее развитие оставшейся части древостоя.

Ван Лаар (Laar, 1969), изучая влияние параметров дерева на прирост по диаметру деревьев сосны замечательной в возрасте от 18 до 21 года, пришел к выводу, что средний прирост по диаметру за последние 2—3 года связан линейно (на 1%-ном уровне значимости) только с диаметром на высоте груди и длиной кроны. Так же значимо расстояние до трех соседних деревьев. Для практических целей им рекомендуется использовать сумму площадей сечений окружающих деревьев, определенную методом Биттерлиха, для выражения точечной полноты (полноты в точке стояния данного дерева), с которой связан прирост по диаметру.

Зависимость прироста деревьев по диаметру от размеров дерева и кроны изучалась Чжан-Ши-цзюем (1970) на постоянных пробных площадях в ясеневых древостоях. Он пришел к выводу, что величина его обуславливается высотой дерева, диаметром кроны и значительно меньше — отношением диаметра кроны к

длине. Однако перечисленные факторы могут объяснить только 50—60% изменчивости прироста по диаметру в жердняках и средневозрастных древостоев и около 40% — в молодняках.

Как следует из обзора литературы, прослеживается четкая взаимосвязь между параметрами, характеризующими размеры фотосинтезирующего аппарата, и приростом деревьев. Однако исследования этой связи проводятся различными путями и с неодинаковыми результатами.

В наших работах (Кузьмичев, 1970, 1971) обращено внимание на зависимость (линейную по характеру) диаметра ствола от диаметра кроны, а диаметра кроны от среднего расстояния до соседних деревьев. При этом наиболее тесные связи наблюдаются между деревьями, находящимися в одном пологе. Однако теснота этих взаимосвязей, судя по рассмотренным работам, не постоянна и зависит, вероятно, от состояния древостоев. После отпада она выше, в момент перед отпадом — меньше.

ВЗАИМОСВЯЗИ МЕЖДУ РАЗМЕРАМИ КРОН И ТАКСАЦИОННЫМИ ПРИЗНАКАМИ ДРЕВОСТОЕВ

Эти взаимосвязи в целях использования закономерностей для дешифрирования лесных аэрофотоснимков исследовал Н. И. Баранов (1941). Он вывел для сосновых насаждений зависимости диаметров стволов от диаметров крон и протяжения крон и определил средние значения для сосны соотношений: диаметр кроны: диаметр ствола на высоте груди (9,8), диаметр кроны: высота ствола (0,10) и диаметр кроны/протяженность кроны (0,34). Им указывается на тесную зависимость размеров крон от возраста древостоев, которая нарушается в возрасте выше 150 лет. Влияние плотности и густоты на размеры крон меньшее, чем возраста. Улучшение условий произрастания определяется уменьшением диаметра кроны при увеличении ее протяжения. Чем больше густота и плотность древостоев, тем меньше размеры крон. С уменьшением доли сосны в составе древостоев показатели размеров крон увеличиваются.

В. М. Стил (Stiell, 1966) проводил измерения крон и стволов в культурах сосны красной в период от 17 до 37 лет. Он исходил из того, что рост ствола зависит непосредственно от размеров кроны, а косвенно — от пространства роста. В одном возрасте кроны длиннее при большем пространстве роста. Изучались соотношения для отдельных деревьев и средние значения на единице площади.

Получена тесная прямолинейная зависимость текущего годичного прироста по объему от среднего веса сухой хвои на единицу площади ($r = 0,846$), а вес, в свою очередь, может быть вычислен из длины и наибольшего диаметра кроны. Не найдено хорошей корреляции прироста отдельного ствола с длиной, по-перечником его кроны и весом хвои. Прирост по диаметру на высоте груди выражается функцией от высоты начала кроны и веса хвои. Высота начала кроны, в свою очередь, тесно коррелирует с общим запасом на единице площади и отношением средней высоты к корню третьей степени из среднего пространства роста. Даннные о размерах сучьев позволили В. М. Стилу сделать заключение о том, что на пространстве 14×14 футов (автор пользовался английскими мерами) невозможно выращивание жердей.

ЗАВИСИМОСТЬ СРЕДНИХ РАЗМЕРОВ КРОН ДРЕВОСТОЕВ ОТ ВОЗРАСТА И ГУСТОТЫ

В первую очередь анализировалась зависимость протяжения кроны от возраста, среднего расстояния между деревьями, диаметра крон и средней высоты насаждений по данным средних значений 41 пр. пл. в сосновке разнотравно-брусничном. Связь принималась линейная по форме. Получены следующие уравнения:

$$l_{kp} = 1,96 + 0,095A \quad R^2 = 0,777, \quad (5.4)$$

$$l_{kp} = 1,06 + 0,0081A + 1,89l_{cp} \quad R^2 = 0,933, \quad (5.5)$$

$$l_{kp} = 0,72 + 0,0165A + 1,62l_{cp} + 0,42D_{kp} \quad R^2 = 0,935. \quad (5.6)$$

В третьем уравнении оценка коэффициента регрессии a_3 по критерию Фишера равна 1,61, т. е. он немногим отличается от нуля, поэтому следует признать влияние диаметра кроны на протяжение кроны (при известных возрасте и густоте древостоев) незначительным. Получена аналогичная оценка и для средней высоты насаждений. Таким образом, изменчивость протяжения кроны может быть объяснена в основном возрастом и густотой.

Несколько иначе обстоит дело с диаметром крон. Для изучения их зависимости от возраста, среднего расстояния, диаметра и высоты стволов была применена также линейная модель множественной регрессии. Влияние диаметров и высот древостоев оказалось также несущественным, но возраст и среднее расстояние объясняют вместе только 86,2% изменчивости диаметров крон, что свидетельствует о наличии довольно существенных неучтенных факторов. Уравнения связи имеют следующие параметры:

$$D_{kp} = 1,09 + 0,03A \quad R^2 = 0,700, \quad (5.7)$$

$$D_{kp} = 0,78 + 0,0041A + 0,65l_{cp} \quad R^2 = 0,862. \quad (5.8)$$

СВЯЗИ СРЕДНИХ РАЗМЕРОВ КРОН ДРЕВОСТОЕВ СО СРЕДНЕЙ ВЫСОТОЙ

Для древостоев разных групп типов леса определялась связь с высотой протяжения и высоты прикрепления наибольшего диаметра кроны по уравнению прямой линии. Выявлено, что свободный член в этих уравнениях во всех случаях, кроме древостоев разнотравной группы леса, недостоверно отличается от нуля, поэтому использовались уравнения прямой линии с одним коэффициентом пропорциональности, значения которого приведены в табл. 6.

Высота прикрепления наибольшего диаметра кроны закономерно уменьшается по мере снижения производительности древостоев, а относительное протяжение кроны практически остается постоянным. Следовательно, возрастает протяжение освещенной части кроны, так как в сосняке орляково-осочковом наибольший

Таблица 6
Зависимость протяжения и высоты прикрепления наибольшего диаметра крон в древостоях разных групп леса

Тип леса	Число наблюдений	$b_1 = \frac{h_{kp}}{h_{cp}}$	$b_2 = \frac{l_{kp}}{h_{cp}}$	$b_3 = \frac{D_{kp}}{l_{cp}}$
Сосняк				
орляково-осочковый	20	0,752	0,481	0,994
разнотравный	33	0,740	0,490	0,989
разнотравно-брусличный	38	0,727	0,479	0,942
зеленомошный	30	0,721	0,476	0,941
остепненный	15	0,704	0,472	0,923

диаметр кроны приходится почти посередине ее, а в сосняке остепненном — на две трети длины кроны от вершины дерева. Возможно, это связано с изменением сомкнутости древостоев по разным типам леса. Для уточнения этого были рассчитаны отношения средних диаметров крон к средним расстояниям между деревьями, связанные между собой также по уравнению прямой линии без свободного члена (см. табл. 6). Указанное отношение мало зависит от возраста. Наблюдается закономерное снижение этого коэффициента по мере ухудшения условий произрастания, что свидетельствует о меньшей сомкнутости сосняков остепненных и объясняет изменение протяженности освещенной части крон, описанное выше.

Учитывая большое значение отношений средних диаметров крон к средним расстояниям между деревьями, была вычислена зависимость их от возраста, которая передается достаточно хорошо уравнением прямой линии:

Сосняк орляково-осочковый

$$D_{kp}/l_{cp} = 1,22 - 0,0028A \quad R^2 = 0,094$$

С. разнотравный

$$D_{kp}/l_{cp} = 1,35 - 0,0049A \quad R^2 = 0,108,$$

С. разнотравно-брусличный (рис. 17)

$$D_{kp}/l_{cp} = 1,17 - 0,0028A \quad R^2 = 0,229,$$

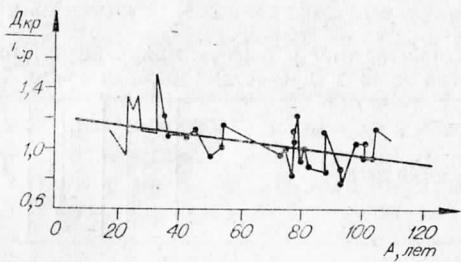


Рис. 17. Зависимость от возраста отношения диаметра кроны к среднему расстоянию между деревьями в сосновых разнотравно-брусничных.

С. зеленомошный . . .
 $D_{\text{кр}}/l_{\text{ср}} = 1,35 - 0,0047A \quad R^2 = 0,369,$
 С. остеиненный . . .
 $D_{\text{кр}}/l_{\text{ср}} = 1,25 - 0,0032A \quad R^2 = 0,275.$

В среднем по всем типам леса: $D_{\text{кр}}/l_{\text{ср}} = 1,27 - 0,0035A; R^2 = 0,261$. Таким образом, до возраста 75 лет в сосновых древостоях наблюдается некоторое перекрытие или взаимопроникновение крон деревьев, а после этого возраста преобладают разомкнутые древостои, и разомкнутость с возрастом усиливается. Это может быть объяснено как воздействием ветра, который при сильном раскачивании деревьев вызывает обламывание соприкасающихся сучьев соседей, так и изменением степени теневыносливости деревьев, уменьшения приспособленности их к росту в затененном состоянии. Вероятней всего это итоговый результат комплекса факторов (физиологических, структурных и т. д.), действующих в одном направлении.

СВЯЗЬ ДИАМЕТРА НА ВЫСОТЕ ГРУДИ И ДИАМЕТРА КРОНЫ

Как отмечалось ранее, связь этих параметров большинством исследователей принимается в виде уравнения прямой линии. По нашим данным средний диаметр на высоте груди в зависимости от среднего диа-

метра кроны для древостоя сосняка разнотравно-брусничного меняется по уравнению

$$d_{1,3} = 7,6D_{\text{кр}} - 4,2 \quad R^2 = 0,859. \quad (5.9)$$

Существенно уточняет эту зависимость введение средней высоты насаждений, возраста и среднего расстояния между деревьями:

$$d_{1,3} = 5,6D_{\text{кр}} + 0,47h_{\text{ср}} - 6,4 \quad R^2 = 0,912, \quad (5.10)$$

$$d_{1,3} = 3,8D_{\text{кр}} + 0,04h_{\text{ср}} + 0,17A - 3,0 \quad R^2 = 0,950, \quad (5.11)$$

$$\begin{aligned} d_{1,3} = & 0,88D_{\text{кр}} + 0,066h_{\text{ср}} + 0,095A + \\ & + 3,57l_{\text{ср}} - 2,1 \quad R^2 = 0,983. \end{aligned} \quad (5.12)$$

Оценка коэффициентов последнего уравнения по критерию Фишера показывает несущественность влияния средних высот на изменчивость диаметров и наибольший вклад в его определение среднего расстояния между деревьями и возраста насаждений.

Графики парных связей рассматриваемых показателей свидетельствуют о нелинейной зависимости диаметров на высоте груди от диаметра кроны, которая может быть выражена параболой второго порядка. Уравнения связи по группам типов леса получены следующие:

Сосняк орляково-осочковый

$$d_{1,3} = 7,58D_{\text{кр}} - 0,11D_{\text{кр}}^2 - 3,72 \quad R^2 = 0,928, \quad (5.13)$$

С. разнотравный

$$d_{1,3} = 11,94D_{\text{кр}} - 0,58D_{\text{кр}}^2 - 0,58 \quad R^2 = 0,875 \quad (5.14)$$

С. разнотравно-брусничный (рис. 18)

$$d_{1,3} = 14,77D_{\text{кр}} - 1,03D_{\text{кр}}^2 - 15,36 \quad R^2 = 0,890, \quad (5.15)$$

С. зеленомошный

$$d_{1,3} = 7,86D_{\text{кр}} - 0,09D_{\text{кр}}^2 - 5,22 \quad R^2 = 0,905, \quad (5.16)$$

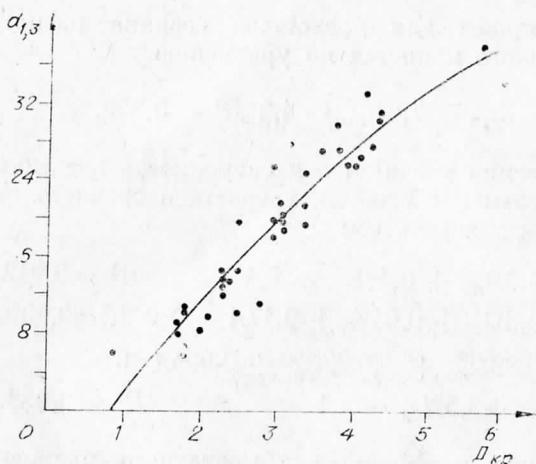


Рис. 18. Зависимость среднего диаметра на высоте груди от диаметра кроны в сосняках разнотравно-брусничных.

С. остеиненный

$$d_{1,3} = 9,48D_{\text{кр}} - 0,61D_{\text{кр}}^2 - 3,65 \quad R^2 = 0,975, \quad (5.17)$$

Следовательно, прирост диаметра на высоте груди связан с приростом кроны по уравнению прямой линии.

Введение в уравнение связи среднего расстояния между деревьями уточняет рассматриваемую зависимость:

Сосняк орляково-осочковый

$$d_{1,3} = 3,37D_{\text{кр}} - 0,17D_{\text{кр}}^2 + 4,14l_{\text{cp}} - 2,46 \quad R^2 = 0,954, \quad (5.18)$$

С. разнотравный

$$d_{1,3} = 3,37D_{\text{кр}} - 0,16D_{\text{кр}}^2 + 5,12l_{\text{cp}} - 5,48 \quad R^2 = 0,954, \quad (5.19)$$

С. разнотравно-брусничный

$$d_{1,3} = 6,24D_{\text{кр}} - 0,60D_{\text{кр}}^2 + 4,71l_{\text{cp}} - 8,3 \quad R^2 = 0,960, \quad (5.20)$$

С. зеленомошный

$$d_{1,3} = 5,57D_{\text{кр}} - 0,23D_{\text{кр}}^2 + 2,62l_{\text{cp}} - 5,06 \quad R^2 = 0,921, \quad (5.21)$$

С. остеиненный

$$d_{1,3} = 7,41D_{\text{кр}} - 0,96D_{\text{кр}}^2 + 3,37l_{\text{cp}} - 4,07 \quad R^2 = 0,989. \quad (5.22)$$

Можно заключить, что высокая зависимость диаметров на высоте груди от диаметра кроны отражает в конечном счете тесную связь размеров деревьев с густотой и возрастом. Некоторая доля этой тесноты объясняется морфогенетическими закономерностями.

Представляет интерес отношение диаметра на высоте груди к диаметру кроны, составляющее в среднем по группам типов леса 5,7–6,4 (диаметр на высоте груди — в сантиметрах, диаметр кроны — в метрах). Это заметно меньше приводимых Н. И. Барановым (1941) средних значений, что объясняется, вероятно, меньшим возрастом изученных нами древостоев. Дальнейший анализ показал существенно криволинейную зависимость данного отношения от возраста деревьев.

По группам типов леса параметры уравнений получены следующие:

$$d_{1,3}/D_{\text{кр}} = 3,75 + 0,068A - 0,00039A^2 \quad R^2 = 0,422, \quad (5.23)$$

С. разнотравный

$$d_{1,3}/D_{\text{кр}} = 2,41 + 0,090A - 0,00039A^2 \quad R^2 = 0,734, \quad (5.24)$$

С. разнотравно-брусничный (рис. 19)

$$d_{1,3}/D_{\text{кр}} = 1,72 + 0,114A - 0,00061A^2 \quad R^2 = 0,721, \quad (5.25)$$

С. зеленомошный

$$d_{1,3}/D_{\text{кр}} = 2,06 + 0,079A - 0,00033A^2 \quad R^2 = 0,739, \quad (5.26)$$

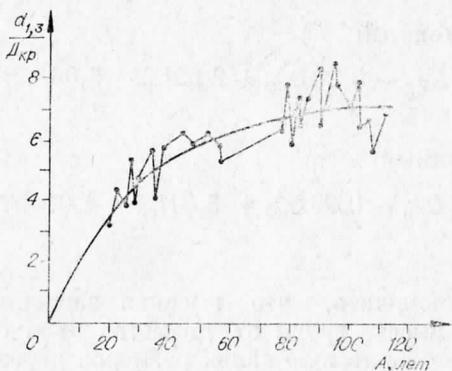


Рис. 19. Связь с возрастом отношения диаметра ствола к диаметру кроны в сосняках разнотравно-брусничных.

С. осложненный.

$$d_{1,3}/D_{\text{кр}} = 1,07 + 0,143A - 0,00076A^2 \quad R^2 = 0,495. \quad (5.27)$$

Введение в уравнение среднего расстояния не изменило значений меры определенности, поэтому это соотношение можно рассматривать независимым от густоты древостоев.

С. П. Анастасьев (1957) отмечает для обратного соотношения (названного им нагрузкой диаметра кроны) и квадрата этого соотношения (названного нагрузкой проекции кроны) тесную связь с полнотой насаждений: чем меньше полнота, тем больше показатели обеих «нагрузок».

Эти зависимости, по его данным, приближаются к прямым линиям, и он предлагает определять полноту путем обмера диаметров крон и стволов у 2—6 деревьев насаждения, находя по «нагрузкам» полноту и запас.

По нашим материалам, связь этого показателя с густотой, а следовательно, и полнотой, не прослеживается четко, поэтому данный метод косвенного определения полноты оказался неприменим в наших исследованиях.

ПРОЧИЕ СВЯЗИ МОРФОЛОГИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ДРЕВОСТОЕВ

Заметная связь с полнотой древостоев сосняков разнотравно-брусничных наблюдается для процента протяжения крон:

$$P_{\text{кр}} = 75 - 31P \quad R^2 = 0,287, \quad (5.28)$$

$$P_{\text{кр}} = 23,4 + 20,5/P \quad R^2 = 0,336, \quad (5.29)$$

где $P_{\text{кр}}$ — процент протяжения крон, P — относительная полнота древостоев. Таким образом, зависимость имеет характер гиперболы. Малое значение меры определенности свидетельствует о том, что здесь отражены опосредованные связи среднего протяжения крон и суммы площади сечений с густотой и возрастом, а средних высот — с возрастом деревьев.

Более тесная связь у диаметров крон со средней высотой древостоев (для этой же группы типов леса)

$$D_{\text{кр}} = 0,72 + 0,134h_{\text{ср}} \quad R^2 = 0,646. \quad (5.30)$$

Однако мера определенности в этом случае ниже, чем для зависимости диаметра кроны от возраста, поэтому и данную связь следует отнести к косвенным. Так же можно классифицировать и зависимость высоты начала кроны от средней высоты древостоев:

$$h_{\text{нач.кр}} = 0,96 + 0,6h_{\text{ср}} \quad R^2 = 0,899. \quad (5.31)$$

И здесь квадрат коэффициента корреляции ниже, чем для зависимости протяжения кроны от возраста и густоты древостоев.

Заметно ниже зависимость начала кроны от корня кубического из пространства роста (произведения средней площади роста на среднюю высоту древостоя):

$$h_{\text{нач.кр}} = 1,18 + 1,53 \sqrt[3]{l_{\text{ср}}^2 h_{\text{ср}}} \quad R^2 = 0,661, \quad (5.32)$$

хотя по данным Стила (1966) она близка к функциональной. Это объясняется большей однородностью исследованной им совокупности как в возрастном отношении, так и по интервалу густот.

Интересна тесная связь с густотой такого показателя формы, как отношение среднего диаметра на высоте груди к корню квадратному из средней высоты древостоя, уменьшенной на 1,3 м ($d_{1,3}/\sqrt{h - 1,3}$).

Для сосняков разнотравно-брусличных по 110 пр. пл. получено выражение

$$d_{1,3}/\sqrt{h - 1,3} = 1,5 + 0,988l_{cp} R^2 = 0,937 \quad (5.33)$$

ϵ (среднеквадратическая ошибка) = 8,6%.

Для сосняков зеленомошных по данным 89 пр. пл. найдено

$$\begin{aligned} d_{1,3}/\sqrt{h - 1,3} &= 1,3 + 1,002l_{cp} R^2 = 0,911, \\ \epsilon &= 11,9\%. \end{aligned} \quad (5.34)$$

Введение в уравнения дополнительных показателей, таких как возраст древостоев и размеры крон, не дало существенного повышения меры определенности. Не выявлено зависимости этого соотношения от группы типов леса или условий произрастания. Для остальных трех групп типов леса получены зависимости, достоверно не отличающиеся друг от друга и от приведенных выше уравнений:

Сосняк

$$\text{орляково-осочко-вый } \frac{d_{1,3}}{\sqrt{h - 1,3}} = 1,41 + 1,02l_{cp} R^2 = 0,942, \quad (5.35)$$

$$\text{разнотравный } \frac{d_{1,3}}{\sqrt{h - 1,3}} = 1,22 + 1,12l_{cp} R^2 = 0,923, \quad (5.36)$$

$$\text{остепненный } \frac{d_{1,3}}{\sqrt{h - 1,3}} = 1,24 + 1,06l_{cp} R^2 = 0,939. \quad (5.37)$$

Общая зависимость передается уравнением

$$\frac{d_{1,3}}{\sqrt{h - 1,3}} = 1,17 + 1,06l_{cp} R^2 = 0,928. \quad (5.38)$$

Этот показатель (относительный диаметр) идентичен предложенному К. К. Высоцким (1962) отношению высоты к площади сечения дерева на высоте груди, которое он рассматривает как показатель степени напряжения роста (плотности заселения территории стволами). Указанное отношение преобразовано для сохранения прямолинейной зависимости и прямой корреляции с густотой древостоев, выражаемой средним расстоянием между деревьями.

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ МОРФОЛОГИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ДРЕВОСТОЕВ

На протяжении жизни древостоев меняются периоды тесной взаимосвязи параметров крон и прироста стволов с периодами нарушения ее, сопровождающиеся общим снижением тесноты взаимосвязей с повышением возраста. Поэтому за методами расчета прироста древостоев с учетом размеров крон пока остается вспомогательное значение, и нами эти связи не исследовались.

Наиболее важно значение этих связей при разработке методов дешифрирования аэрофотоснимков и применении других способов дистанционного изучения лесов. При этом встает вопрос о классификации самих морфологических показателей деревьев и древостоев по изменчивости, связи с возрастом и т. д. и взаимосвязей между морфолого-таксационными показателями по их устойчивости.

В этом отношении выявленные нами закономерности могут оказать существенную помощь.

Также данные размеров крон могут быть использованы в моделировании хода роста древостоев на основании представлений о взаимовлияниях в пределах одного полога.

Здесь имеет значение максимальная насыщенность древесного полога фотосинтезирующим аппаратом и минимальная, при которой осуществляется взаимодействие деревьев. По мнению некоторых авторов, именно этот метод открывает широкие возможности для изучения роста конкретных древостоев.

ПРИМЕНЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ

Приведенные в предшествующих разделах взаимосвязи таксационных показателей могут быть использованы по меньшей мере в двух направлениях. Во-первых, полученные поверхности распределения таксационных показателей в зависимости от основных аргументов дают возможность проводить камеральное определение текущего прироста древостоев. Во-вторых, они позволяют сделать некоторые предположения о закономерностях естественного изреживания древостоев, развивающихся в условиях слабого хозяйственного воздействия или без него. Рассмотрим указанные возможности более подробно.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕКУЩЕГО ПРИРОСТА СОВОКУПНОСТИ ДРЕВОСТОЕВ

Закономерности формирования текущего прироста стволовой древесины в зависимости от различных природных и хозяйственных факторов обобщены в работе В. В. Антанайтиса и В. В. Загреева (1969). В приведенной ими сводке обобщено большинство методов определения текущего прироста для отдельного дерева, насаждения и лесного массива, или совокупности насаждений разной производительности и возраста.

Методы определения текущего прироста лесных массивов можно разделить на три группы, основывающиеся на: 1) введении поправок на полноту в показателе текущего прироста из таблиц хода роста нормальных насаждений, 2) специальных таблицах текущего прироста древостоев, 3) применении множественных связей таксационных показателей с текущим приростом

(или процентом текущего прироста) для расчетов с использованием ЭВМ.

Для каждого из этих способов наряду с несомненными достоинствами можно отметить ряд недостатков. Методы первой группы свидетельствуют, что наряду с различной реакцией прироста разных древесных пород на одинаковое изменение полноты существуют и местные особенности, которые трудно выявить вследствие различий в интенсивности ухода, местных особенностей хода роста и др. Специальные таблицы текущего прироста древостоев из-за трудностей их составления отличаются малочисленностью и отличаются по закономерностям, положенным в их основу. Это и понятно, поскольку текущий прирост древостоев выражается колоколообразной функцией, максимум которой сдвигается в зависимости от ряда факторов и плохо прорабатывается на ограниченном материале. Несколько лучшие результаты получают при использовании процента текущего прироста, представляющего собой монотонно убывающую функцию. Эти трудности всецело относятся и к методам третьей группы, где, кроме того, возможно получение хорошего приближения эмпирических выравнивающих функций к опытному материалу, но недостаточного обобщения по отношению к объекту их применения.

Имеют значение в данном случае также и некоторые недостатки, свойственные таксационным исследованиям вообще. В частности, современные методики предусматривают обязательное выравнивание (сглаживание) непосредственных наблюдений перед тем, как приступить к установлению эмпирических зависимостей. «Нельзя сглаживать результаты посредственных измерений без предварительного выравнивания данных непосредственных измерений» (Веденяпин, 1967, с. 91).

При определении же текущего прироста такие предварительные выравнивания толщины коры, прироста по радиусу за 10 лет, диаметров на разных высотах ствола не проводятся, погрешность обмеров не оценивается. Это сказывается на разбросе значений объемов и текущих приростов отдельных деревьев, где естественная изменчивость увеличивается за счет ошибок. Поэтому выравнивание текущего прироста даже в зависимости от наиболее важных объемообразующих факто-

ров может быть проведено по совершенно разным уравнениям и поэтому так плохо согласуются между собой результаты разных исследователей.

Имеет большое значение и сам способ вычисления показателей текущего прироста как разности двух значений таксационного признака, довольно близких между собой. В этом случае относительная ошибка разности может быть на порядок выше относительных ошибок каждого из замеров таксационного признака, происходит так называемая потеря точности (Демидович и др., 1967). Поэтому значительное преимущество получает использование коэффициентов прироста, предложенных М. Л. Дворецким (1964), так как относительная ошибка частного не испытывает таких изменений по сравнению с ошибками делимого и делителя. Однако, учитывая выводы Странда относительно использования показателей текущего прироста за большие периоды, целесообразно подойти к значениям прироста через выравнивание показателей роста. Для этого существуют объективные предпосылки, заключающиеся в близости к нормальному распределению погрешностей для поверхностей значений таксационных признаков, выведенных ранее. Величины прироста, полученные дифференцированием уравнений роста, будут близки к теоретическим значениям, получаемым при усреднении влияния климатических факторов и конкурентных взаимоотношений между деревьями, неодинаковых при разной структуре древостоев.

В соответствии с возможностями улучшения методов определения текущего прироста были проведены по имеющимся материалам соответствующие расчеты. Так, процент текущего прироста по запасу P_M по данным 128 определений его на пробных площадях выравнивался в зависимости от возраста, средней высоты, среднего диаметра, среднего расстояния между деревьями, запаса на гектар. Однако при анализе была составлена зависимость его только от первых двух факторов, дающая ту же меру определенности:

$$P_M = e^{8,09} A^{-0,997} h^{-0,275}. \quad (6.1)$$

$$R = 0,941, F_1 = 8,8, F_2 = 462, D = 0,888, d_1 = 0,714, d_2 = 0,173, d_{\text{вн}} = 0,859, r_{b_1 b_2} = -0,927, t_1 = 9,2, t_2 = 2,3, \varepsilon_1 = 20,6\%, \varepsilon_2 = 35,4, \varepsilon_3 = 33,3\%.$$

Таким образом, процент прироста по запасу определяется в основном уровнем производительности насаждений, влияние же на его величину остальных факторов должно исследоваться при равенстве последнего. Учитывая некоторое изменение средних высот древостоев при постоянном возрасте в связи с густотой, получим увеличение процента текущего прироста с понижением густоты, что вполне соответствует реальным зависимостям. Результаты расчетов процента текущего прироста по запасу на основе возрастов и высот (см. табл. 4) показаны также в табл. 7.

По данным этих же 128 пр. пл. определена зависимость коэффициента прироста по диаметру от возраста, средней высоты, среднеквадратического диаметра, среднего расстояния между деревьями и запаса на гектар. Коэффициент детерминации оказался равен 0,580. Практически такая же величина D получается при использовании в качестве независимых переменных только возраста и средней высоты:

$$K_d = e^{-1,17} A^{0,13} h^{0,16}. \quad (6.2)$$

$$R = 0,754, F_1 = 2,32, F_2 = 104, D = 0,574, d_1 = 0,290, d_2 = 0,284, d_{\text{вн}} = 0,768, r_{b_1 b_2} = -0,876, t_1 = 3,62, t_2 = 3,55, \varepsilon_1 = 6,6\%, \varepsilon_2 = 5,4, \varepsilon_3 = 8,4\%.$$

Погрешность при определении прироста по диаметру при использовании этого показателя невелика. Результаты вычислений коэффициента прироста по диаметру на основании данных той же табл. 4 приводятся в табл. 7.

Таким образом, наибольшее влияние на изменение указанных признаков оказывает возраст, а затем уже густота. Однако обращает на себя внимание довольно низкая мера определенности для функций (6.1) и (6.2). Поэтому целесообразно рассмотреть более тесные связи, приведенные в гл. IV, с точки зрения возможностей получения по ним показателей прироста.

Рост древостоев по диаметру слагается из двух процессов — 1) изменения среднего значения за счет увеличения с возрастом толщины всех деревьев и 2) механического увеличения среднего значения совокупности в результате отпада отставших в росте деревьев,

Таблица 7
Значения процента текущего прироста по запасу и коэффициента прироста по диаметру для древостоя сосника разнотравно-брюсничного в разном возрасте и при различной густоте

			Возраст, лет						45		
15			25			35			45		
<i>N</i> , тыс. шт/га	<i>P_M</i>	<i>K_d</i>									
4	19,4	0,58	2	10,5	0,66	1	6,97	0,73	0,5	5,09	0,78
6	19,7	0,58	3	10,7	0,66	2	7,14	0,72	1,0	5,22	0,77
8	19,9	0,57	4	10,8	0,65	3	7,25	0,71	1,5	5,29	0,76
10	20,1	0,57	5	10,9	0,65	4	7,32	0,71	2,0	5,35	0,76
12	20,2	0,57	6	11,0	0,65	5	7,38	0,70	2,5	5,39	0,76
14	20,3	0,57	7	11,0	0,65				3,0	5,43	0,75
									3,5	5,46	0,75

Окончание табл. 7

			Возраст, лет						95		
55			65			75			85		
<i>N</i> , тыс. шт/га	<i>P_M</i>	<i>K_d</i>									
0,5	4,04	0,82	0,25	3,25	0,86	0,25	2,76	0,89	0,2	2,37	0,92
1,0	4,17	0,80	0,50	3,33	0,85	0,50	2,83	0,88	0,4	2,43	0,91
1,5	4,20	0,80	0,75	3,38	0,84	0,75	2,87	0,87	0,6	2,46	0,90
2,0	4,24	0,80	1,00	3,42	0,84	1,00	2,90	0,86	0,8	2,49	0,90
2,5	4,28	0,79	1,25	3,44	0,84	1,25	2,92	0,86	1,0	2,51	0,89
3,0	4,31	0,79	1,50	3,47	0,83	1,50	2,94	0,86	1,2	2,53	0,89
			1,75	3,49	0,83	1,75	2,96	0,86	1,4	2,54	0,89
			2,00	3,50	0,83						

или уменьшения числа стволов. Оба процесса могут быть учтены при выведении формулы прироста по диаметру из уравнения (4.2) путем дифференцирования по обеим переменным. Обозначив продолжительность периода, за который определяется прирост, через ΔA , а изменение числа стволов — через ΔN и заменив мгновенные ускорения приращениями, получим

$$\Delta d = 0,35e^{3,88}(N^{-0,36} \cdot A^{-0,65} \Delta A - A^{0,35} N^{-1,36} \Delta N). \quad (6.3)$$

В настоящее время прирост по диаметру определяется лишь для наличных деревьев, поэтому можно ограничиться только производной по возрасту:

$$\Delta d = 0,35e^{3,88} N^{-0,36} A^{-0,65} \Delta A. \quad (6.4)$$

С этой точки зрения линейная зависимость диаметра от возраста и густоты (или среднего расстояния между деревьями) — уравнение (4.3) — представляется неправильной, поскольку в данном случае производная от линейного члена уравнения будет постоянной величиной. Более соответствует явлению квадратичная зависимость диаметра от возраста и среднего расстояния между деревьями, полученная для сосняков разнотравно-брусничных:

$$d_{1,3} = 2,25 + 0,121A + 0,023A^2 + 0,598l_{cp} - 0,00004l_{cp} \cdot A \quad R^2 = 0,973. \quad (6.5)$$

Отсюда при постоянной густоте прирост деревьев равен:

$$\Delta d_{1,3} = (0,121 + 0,046A - 0,00004l_{cp})\Delta A. \quad (6.6)$$

Проверка данного уравнения показала, что оно не плохо соответствует фактическим значениям в возрасте после 30 лет, а для более молодых насаждений дает большие ошибки, возможные из-за некоторой неоднородности исходного материала. Минусинские боры расположены в пределах степной и лесостепной зон, что может отразиться на ходе роста древостоев как в высоту, так и по диаметру. Поэтому пробные площади были

разделены на две части в соответствии с их расположением в той или иной подзоне. В степной части боров было заложено 116 пр. пл., из которых в сосняке кустарниковом — 12, зеленомошном — 38, брусничном — 40 и остеиненном — 26 проб. Выравнивание средних высот по группам типов леса показывает, что древостои этой подзоны отличаются более медленным ростом в высоту. Параметры кривых получены следующие:

Типа леса	H_{max}	k	m	$P, \%$	R^2
Сосняк					
кустарниковый . . .	27,2	0,0273	1,36	3,7	0,970
зеленомошный . . .	24,5	0,0302	1,65	11,0	0,976
брусничный . . .	23,1	0,0265	1,75	8,4	0,941
остеиненный . . .	20,9	0,0283	2,30	9,1	0,953

Для древостоев лесостепи параметры кривых хода роста практически не изменились, только оказалось, что древостои остеиненной группы типов леса в этой части боров отсутствуют. Несколько пробных площадей сосняков мертвопокровных по ходу роста в высоту примерно соответствуют кривой для сосняков остеиненных. Часть последних в пределах степи была отнесена в сосняки-брусничники, поэтому общее число их уменьшилось до 26.

После разделения пробных площадей для сосняков разнотравно брусничных в пределах лесостепи было рассчитано уравнение регрессии для зависимости площади сечения среднего дерева древостоев от возраста и средней площади питания деревьев. Значение возраста древостоев уменьшено на 10 лет (среднее время достижения деревьями в этих условиях высоты 1,3 м), а площади питания — на среднюю площадь питания в этом возрасте — 0,3 м². Были проверены четыре уравнения связи этих показателей:

$$g_{cp} = 7,94(A - 10) - 133,7$$

$$R^2 = 0,768, \quad \varepsilon = \pm 16,3\%, \quad (6.7)$$

$$g_{cp} = 3,27(A - 10) + 18,47(l_{cp}^2 - 0,3) - 57,3$$

$$R^2 = 0,956, \quad \varepsilon = \pm 8,7\%, \quad (6.8)$$

$$g_{cp} = 1,34(A - 10) + 17,65(l_{cp}^2 - 0,3) + 0,02(A - 10)^2 - 19,5$$

$$R^2 = 0,959, \quad \varepsilon = \pm 6,6\% \quad (6.9)$$

$$g_{cp} = 1,04(A - 10) + 20,13(l_{cp}^2 - 0,3) + 0,02(A - 10)^2 - \\ - 0,05(l_{cp}^2 - 0,3)^2 - 19,0$$

$$R^2 = 0,959 \quad \varepsilon = \pm 6,6\% \quad (6.10)$$

Сравнивая меру определенности R^2 и среднеквадратическую ошибку ε , приходим к заключению о том, что уравнение (6.9) наиболее соответствует фактическим данным и теоретическому характеру зависимости.

Это уравнение позволяет, наряду с (3.31), определять расчетным методом величину текущего прироста по запасу на основе

$$M = e^{-7,22} h^{1,31} d^{1,21} N^{0,77}. \quad (6.11)$$

Отсюда получено, что

$$\Delta M = M / \Delta A (2,52 - 1,31 k_h - 1,2 k_d). \quad (6.12)$$

где ΔA — число лет в периоде определения текущего прироста, k_h и k_d — коэффициенты прироста по высоте и диаметру, определяемые по уравнениям (6.9) и (3.31). Проверка уравнения на материалах 130 пр. пл. показала, что в среднем ошибка определения прироста составляет 15 %. Желательна проверка уравнения на материале, не использовавшемся при определении его констант.

ЗАКОНОМЕРНОСТИ ЕСТЕСТВЕННОГО ИЗРЕЖИВАНИЯ ДРЕВОСТОЕВ

Вследствие длительности процесса лесовыращивания наиболее трудным для исследования остается явление естественного изреживания, протекающее на протяжении всей жизни древостоев с различной интенсивностью. В то же время это явление очень важно правильно учитывать для целей оценки общей продуктивности местообитаний, составления расчетов при определении размеров рубок ухода, выявления биологических свойств древесных пород и др. Однако, как отмечает, например, М. П. Скрябин (1965), существовавшие взгляды на закономерности роста древостоев способствовали развитию упрощенных методов изучения

их динамики, в результате чего пока накоплено очень мало материалов долгосрочных наблюдений за естественным развитием насаждений.

Имеющиеся обобщения по закономерностям естественного изреживания древостоев получены преимущественно при анализе данных, содержащихся в таблицах хода роста нормальных насаждений. Сюда относятся формула Каянуса (1.10), ее преобразование, рекомендуемое П. В. Воропановым (1.13), «инвариант самоизреживания» (формулы (1.13) и (1.14); выведенный Г. Ф. Хильми (1955).

Более конкретные данные обмеров пробных площадей использовали для вывода закономерностей изреживания древостоев в связи с изменениями средних высот Чарновский (уравнение (1.61)) и Д. И. Дидковский (1968), давший соотношение между густотой и средней высотой полных чистых одновозрастных сосновых насаждений в виде уравнения

$$N = N_0 e^{-kH}, \quad (6.12)$$

где N — густота насаждения, соответствующая его высоте H ; N_0 — некоторая начальная густота насаждения, соответствующая начальной высоте его H_0 , k — коэффициент, характеризующий интенсивность изреживания.

Для сосновых насаждений Ia класса бонитета по материалам 282 обмеров пробных площадей Д. И. Дидковским получены верхний и нижний пределы густоты в зависимости от высоты древостоев, которые он рекомендует использовать при планировании рубок ухода, и значения коэффициента k (при вычислении в десятичных логарифмах), меняющиеся по мере изменений режимов рубок ухода от 0,031 до 0,078.

В этих исследованиях трудно разграничить влияние на изменение средних высот древостоев их густоты и уровня плодородия почв, не говоря уже о других, менее постоянно действующих факторах. Затем в исследуемом диапазоне возрастов (от 10 до 100—120 лет) изменения диаметра и высоты происходят пропорционально возрасту, поэтому в принципе можно исследовать зависимость естественного изреживания от каждой из этих переменных и получить сходные результаты

ты. Примером могут служить формулы (1.12) и (1.14), (1.13) и (6.12), в которых в одном случае в качестве независимой переменной стоит возраст, в другом — средняя высота.

Уравнение для расчета процесса изреживания древостоев, применяемое В. С. Чуенковым, так же как и уравнение (6.12), подчеркивает важность учета начальной густоты древостоев. К сожалению, обоснования этого принципиального положения в их работах не приводится, оно остается как бы само собой разумеющимся. Соглашаясь с огромным значением этого фактора, попытаемся в дальнейшем рассмотреть его влияние подробнее.

При анализе существующих данных постоянных наблюдений за ростом леса напрашивается вывод, что реальные древостои растут совсем не так, как это показывают таблицы хода роста нормальных и модальных насаждений.

Нормальные насаждения объединяют все древостои предельной густоты и сомкнутости, возможной в данных условиях местообитания. Анализ поведения биоценозов в экстремальных условиях (Свиражев, Елизаров, 1972) показывает, что биологические системы не могут долго в них находиться, поскольку отличаются в этом состоянии большой неустойчивостью. Это наглядно подтверждают материалы четырех-пятикратных наблюдений на постоянных пробных площадях в сосновых насаждениях, приведенных А. Шваппахом (Schwappach, 1908). Около 150 пр. пл. были отобраны в насаждениях, близких к нормальным. Однако ни одно из них не смогло сохранить даже начальную полноту, почему средние линии сумм площадей сечений им принятые на 20% ниже максимально возможных (рис. 20). В последующие периоды наивысшей полнотой характеризовались другие насаждения, бывшие до этого более низкой полноты. Таким образом, нормальные насаждения представляют собой тот предел, которого достигают конкретные насаждения только один (или несколько) раз на протяжении своей жизни, но расти в этом экстремальном состоянии они не могут.

Возраст, когда древостоем достигает предела, зависит от начальных условий — густоты и размещения естественного возобновления или культур.

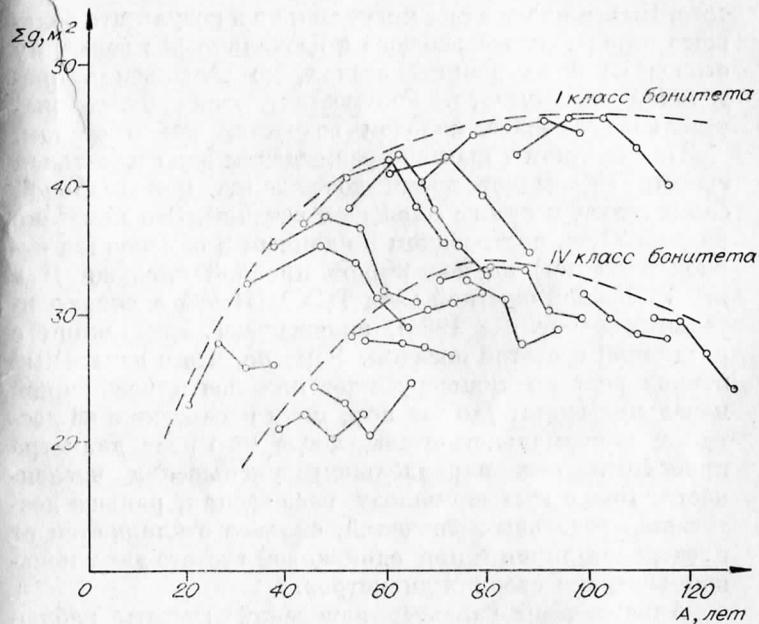


Рис. 20. Изменение с возрастом сумм площадей сечений нормальных насаждений по материалам обмеров на постоянных пробных площадях в сосновых насаждениях (Шваппах, 1908).

При этом густота определяет момент смыкания корневых систем и крон деревьев, а размещение влияет на одновременность этого процесса или его растянутость во времени и степень напряженности взаимовлияний древесных растений в различные моменты жизни. Если размещение отличается крайней неравномерностью, то конкурентные отношения вызывают сильную дифференциацию особей и последующий отпад в биогруппах наиболее слабых экземпляров. В случае равномерности размещения (например, в посадках с квадратным расположением саженцев) наибольшая напряженность взаимовлияний достигается к моменту после полного смыкания крон древостоя, т. е. к моменту достижения им предельного значения («нормальной» суммы площадей сечений).

В этом состоянии древостои отличаются пониженным текущим приростом и депрессией прироста по вы-

соте. Выйти из него они могут только в результате большого отпада, превышающего в несколько раз величину отпада на более ранних этапах, до достижения предельной сомкнутости. Разумеется, отпад будет значительнее в более молодом возрасте, чем в старом.

При сходном характере размещения одна начальная густота определяет время достижения максимальной сомкнутости и суммы площадей сечений. Это показано на рис. 21, а, построенным по данным 8 обмеров (за период в 80 лет) на постоянной пробной площади Я в кв. VI Лесной опытной дачи ТСХА (Итоги экспериментальных работ..., 1964), включающей три секции с различной густотой посадки. Заметно, что в начальный период рост по диаметру идет при почти неизменной начальной густоте до тех пор, пока насаждение не достигнет максимальной суммы, после чего рост диаметра происходит при параллельном уменьшении численности. Более густые смолоду насаждения, раньше достигшие предельных значений, сильнее отклоняются от предельной линии и при одинаковой густоте дают меньшие значения средних диаметров.

Аналогичный характер изменений густоты наблюдается по материалам пробной площади И кв. XIII (см. рис. 21, б), однако здесь с возрастом происходит снижение предельной линии сумм площадей сечений. Это находит объяснение в том, что опыт был нарушен засухой 1938—1939 гг. и военными действиями 1941—1945 гг., что вызвало повышенный отпад деревьев сосны после 35 лет.

Из сказанного следует, что отпад в древостоях зависит от степени напряженности взаимовлияний в древостоях, достигающей своего максимума в условиях «нормальных» насаждений. В этом состоянии насаждения характеризуются наименьшей устойчивостью и в естественных условиях не могут долго в нем находиться. Отсюда очевидно, что таблицы хода роста нормальных насаждений преувеличивают отпад фактических насаждений и все расчеты и выводы о размерах промежуточного пользования и темпах спелования древостоев ошибочны.

Более близкие к реальным результатам по изучению процессов естественного изреживания получены Ньюгемом и Смитом (Newnham, Smith, 1964) методом имита-

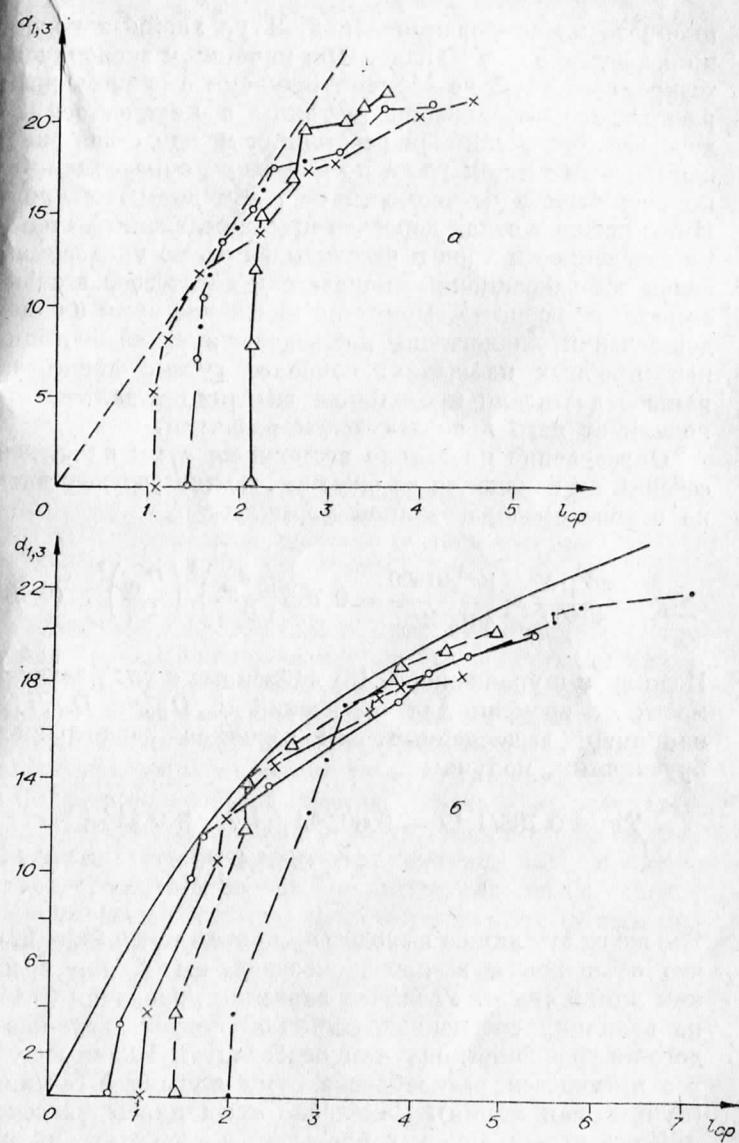


Рис. 21. Изменение среднего диаметра в зависимости от густоты в сосновых культурах.

а — с разным начальным размещением (пр. пл. Я кв. VI Лесной опытной дачи ТСХА); б — с близким начальным размещением (средние данные для секций И₁—И₅, И₂—И₄, И₃—И₁, И₄—И₆) на пр. пл. И, кв. XIII Лесной опытной дачи ТСХА).

ционного моделирования для культур хвойных продод, произрастающих в Канаде. При машинном эксперименте проигрывалась во времени ситуация с равномерным распределением исходной матрицы в количестве 225 деревьев при различном расстоянии между стволами и одинаковым темпом роста по диаметру, определяемому по регрессии в зависимости от роста диаметра крон. Имитировался отпад деревьев при определенной степени затененности крон и рассчитывались по уравнениям связи все таксационные показатели древостоев в зависимости от возраста. Получено изменение сумм площадей сечений, аналогичное наблюдавшемуся на постоянных пробных площадях: наиболее густые древостои раньше достигали предельных значений и дальше отходили от него в последующем развитии.

Определение предельно возможных сумм площадей сечений их изменения во времени можно осуществить на основе преобразованной формулы

$$\Sigma g = \frac{\pi d_m^2 \cdot N}{40000} = \frac{\pi d_m^2 10000}{40000 l_{cp}^2} = 0,785 \left(\frac{d_m}{D_{kp}} \right)^2 \left(\frac{D_{kp}}{l_{cp}} \right)^2. \quad (6.13)$$

Подставив в уравнение (6.13) найденные в гл. V зависимости от времени для отношений d_m/D_{kp} и D_{kp}/l_{cp} , например, вычисленные для сосняков разнотравно-брусничных, получим

$$\Sigma g = 0,785(1,17 - 0,0028A)^2(1,72 + 0,114A - 0,00061A^2)^2. \quad (6.14)$$

Все же за эту линию выходит несколько точек (рис. 22), что объясняется вычислением зависимостей для средних линий связи. Увеличив значения уравнения (6.14) на величину среднеквадратической погрешности каждого из уравнений, получим огибающую, включающую все имеющееся разнообразие сумм площадей сечений (пунктирная линия). Изменение сумм площадей сечений отдельных пробных площадей происходит или по направлению к пределу, или от него, и только несколько проб показывают возможность параллельного изменения.

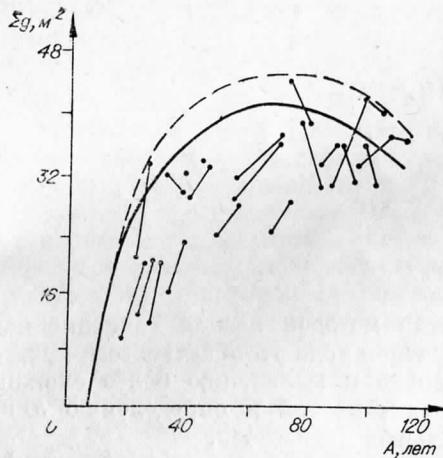


Рис. 22. Предельные значения сумм площадей сечений и фактическое их изменение в древостоих сосняков разнотравно-брусничных.

Таким образом, начальные условия во многом определяют дальнейшее развитие древостоя. Рост его происходит совсем не по тем закономерностям, которые отражены в таблицах хода роста. Для их выявления требуются наблюдения на постоянных пробных площадях и новые методы изучения хода роста, как, например, имитационное моделирование. Только в результате целенаправленных усилий могут быть изучены закономерности естественного изреживания, или процесса саморегуляции сложных биологических систем, к которым относится лес, что даст теоретические основы для управления процессом его роста.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Развитие методов лесной таксации позволило перейти от изучения хода роста древостоев с учетом только парных связей к выявлению более сложных множественных зависимостей и определению линий развития оптимальных древостоев.

Вследствие многосторонности полезных функций, выполняемых лесом, целесообразно изучить динамику всего имеющегося разнообразия древостоев с тем, чтобы в соответствии с целями хозяйства формулировать подходящие критерии оптимальности и выявлять пути подведения этого разнообразия к желаемому состоянию. Иные методы изучения, основывающиеся на частных решениях, в каждом конкретном случае могут дать несопоставимые и даже противоречивые результаты. Кроме того, частные решения во много раз увеличивают потребность в сборе и обработке материала и повышают стоимость исследований. Целесообразно совместить сбор материала для изучения хода роста с математико-статистическим методом инвентаризации лесного фонда.

Приведенные примеры расчетов таксационных показателей древостоев в зависимости от основных переменных — возраста, густоты и уровня производительности — показывают воспроизводимость результатов при разных методах расчетов и нормальность распределения отклонений от выравнивающих поверхностей. Это свидетельствует о правильном выборе связей и существовании возможностей определения на их основе размеров текущего прироста совокупности насаждений разной производительности.

Установление режима изреживания древостоев не решает задачи поддержания их на протяжении всего

периода роста в устойчивом состоянии с получением максимального эффекта от фотосинтезирующей деятельности лесных сообществ. Поэтому необходимо выявление механизма саморегуляции в древостоях и описание его в аналитической форме. Для этого требуется изучение закономерностей формирования и развития древесного полога, тесно связанного с процессом естественного изреживания древостоев. Особое значение приобретает изучение размещения деревьев по площади и динамики этого размещения, начиная с фазы формирования древостоев, от которой во многом зависит их будущее развитие. Очевидной становится ограниченность существующих таблиц хода роста, дающих слишком общее представление о росте насаждений. Новые задачи, возникающие перед лесным хозяйством, можно решать только на основе развития более глубоких представлений о процессах роста древостоев. В первую очередь должна быть повышена точность исследований роста отдельных деревьев, что позволит сделать более полные обобщения применительно к росту их совокупностей.

ЛИТЕРАТУРА

- Анастасьев С. П.** Взаимосвязи между полнотой, сомкнутостью крон и густотой древостоя в сосновых насаждениях.— «Изв. Куйбышевского с.-х. ин-та», 12, 1957, с. 123—131.
- Антанайтис В. В.** Математические модели текущего прироста некоторых древесных пород.— «Лесное хозяйство», 1971, № 2, с. 49—51.
- Антанайтис В. В., Загреев В. В.** Прирост леса. М., 1969. 220 с.
- Баганов А. В.** Математическая обработка изменений запаса и прироста по запасу с возрастом сосновых насаждений.— В кн.: Сборник трудов Поволжского лесотехнического ин-та. Т. 51, Йошкар-Ола, 1956, с. 143—150.
- Баранов Н. Н.** К вопросу об исследовании взаимосвязи между кронами деревьев и таксационными признаками древостоев.— В кн.: Сборник работ ЦНИИЛХ, № 17, 1941, с. 51—87.
- Богдашин М. С.** О недостатках общебонитировочной шкалы.— «Лесное хозяйство», № 10, 1940, с. 68—70.
- Бочков И. М.** Алгоритм составления таблиц хода роста древостоев с применением ЭВМ «Минск-22».— «Лесное хозяйство», № 3, 1972, с. 50—51.
- Ватковский О. С.** О возможности использования функции Бакмана при изучении роста древостоев.— «Лесное хозяйство», 1968, № 12, с. 41—42.
- Веденяпин Г. В.** Общая методика экспериментального исследования и обработка опытных данных. М., 1967. 159 с.
- Воропанов П. В.** Метод расчета общей продуктивности насаждений при построении таблиц хода роста. М., 1966. 128 с.
- Высоцкий К. К.** Закономерности строения смешанных насаждений. М., Гослесбумиздат, 1962. 176 с.
- Давидов М. В.** К вопросу о бонитировании насаждений быстрорастущих древесных пород.— «Лесной журн.», 1964, № 4, с. 18—20.
- Давидов М. В.** К вопросу о дифференцированном бонитировании насаждений при участковом методе лесоустройства.— В кн.: Современные вопросы лесоустройства. Каунас, 1965, с. 75—80.
- Давидов М. В.** Бонитет как единица таксационной классификации насаждений.— «Лесной журн.», № 4, 1968, с. 26—28.

- Давидов М. В.** О дифференцированном бонитировании при лесоустройстве.— «Лесной журн.», № 4, 1972, с. 3—7.
- Дворецкий М. Л.** Текущий прирост древесины ствола и древостоя. М., 1964. 125 с.
- Демидович Б. П., Марон И. А.** Основы вычислительной математики. М., 1966. 664 с.
- Демидович Б. П., Марон И. А., Шувалова Э. З.** Численные методы анализа. М., 1967. 368 с.
- Дидковский В. И.** Соотношение между густотой и высотой сосновых насаждений.— В кн.: Виробничий і науковий досвід у лісовому господарстві. Київ, 1968, с. 74—80.
- Дракин В. Н., Вуевский Д. И.** Новая формула хода роста древостоев по высоте и диаметру и ее применение к исследованию зависимости между высотой и диаметром.— В кн.: Записки Белорусского лесотехнического ин-та. Вып. V, Минск, 1940, с. 3—37.
- Дрейпер Н., Смит Г.** Прикладной регрессионный анализ. М., 1973. 392 с.
- Дукарский О. М., Закурдаев А. Г.** Статистический анализ и обработка наблюдений на ЭВМ «Минск-22». М., 1971. 244 с.
- Езекиэль М., Фокс К. А.** Методы анализа корреляций и регрессий, линейных и криволинейных. М., 1966. 558 с.
- Захаров В. К.** О рационализации методики составления таблиц хода роста насаждений.— В кн.: Сборник научных работ Ин-та леса АН БССР. Вып. 7, Минск, 1956, с. 18—23.
- Захаров В. К.** Лесная таксация. М., 1967. 406 с.
- Зейде Б. Б.** О математической природе процесса старения деревьев.— В кн.: Дендроклиматохронология и радиоуглерод. Каунас, 1972, с. 169—174.
- Илатов В. С.** О таблицах бонитирования насаждений.— «Вестник ЛГУ», 1964, № 3, Сер. биол., вып. 1, с. 170—174.
- Итоги экспериментальных работ в лесной опытной даче ТСХА.** М., 1964. 518 с.
- Карпов А. Н.** Таксация пробных площадей. Л., 1955. 64 с.
- Карпов А. Н.** Новая шкала бонитетов.— В кн.: Сборник работ по лесному хозяйству ЛенинИЛХ, 1961, вып. 4, с. 43—54.
- Козловский В. Б., Павлов В. М.** Ход роста лесообразующих пород СССР. М., 1967. 327 с.
- Козловский В. Б., Степин В. В.** Нужны новые бонитетные шкалы.— «Лесное хозяйство», 1966, № 1, с. 38—41.
- Кондратьев П. С.** Зависимость прироста деревьев от формы и размеров кроны.— «Доклады ТСХА», 1961, вып. 62, с. 445—453.
- Корсунь Ф. Д.** О методе составления таблиц хода роста.— «Лесное хозяйство», 1967, № 6, с. 49—50.
- Котов А. И.** Об основах и особенностях лесоустройства. Киев, 1961. 118 с.
- Крылов Г. В., Потапович В. М., Кожеватова Н. Ф.** Типы леса Западной Сибири. Новосибирск, 1958, с. 210.
- Кузьмичев В. В.** Оценка продуктивности древостоев на основе анализа их строения.— В кн.: Вопросы лесоведения. Т. 1. Красноярск, 1970, с. 446—458.
- Кузьмичев В. В.** Зависимость диаметров крон и диаметров стволов на высоте груди от расстояний между деревьями.—

- В кн.: Лесное хозяйство. Красноярск, 1971, с. 25—30. (Материалы конференции по итогам научно-исследовательских работ).
- Курбатский Н. П., Мокеев Г. А.** Методика исследования хода роста древостоев, установления пригодности существующих и составления новых таблиц хода роста.— В кн.: Вопросы лесной таксации. Л., 1937, с. 19—35.
- Лебков В. Ф.** Методика составления таблиц хода роста и динамики товарной структуры отдельного древостоя.— В кн.: Материалы научной конференции по изучению лесов Сибири и Дальнего Востока. Красноярск, 1965, с. 4—18.
- Лебков В. Ф., Семечкин И. В.** Бонитировочная шкала для древостоев кедра сибирского.— В кн.: Организация лесного хозяйства и инвентаризация лесов. М., 1963, с. 19—28.
- Левин В. И.** О бонитировании насаждений при лесоустройстве.— «Лесное хозяйство», 1962, № 9, с. 51—54.
- Лосицкий К. Б., Чуенков В. С.** Эталонные леса. М., 1973. 160 с.
- Матузание Я. К., Тауриныш Я. К.** Эталоны насаждений— основа научного ведения лесного хозяйства. Рига, 1970. 4 с.
- Матузание Я. К., Тауриныш Я. К.** Модель хода роста еловых древостоев.— В кн.: Текущий прирост древостоев и его применение в лесном хозяйстве. Рига, 1972, с. 135—138.
- Мезенцева И. И.** Учет фактора времени в исследовании хода роста насаждений.— В кн.: Исследования в лесах Сибири. Ч. 1, Красноярск, 1968, с. 108—117.
- Мелентьев П. В.** Приближенные вычисления. М., 1962. 348 с.
- Моисеев В. С.** Таксация молодняков. Л., 1971. 334 с.
- Мойров С. Л.** Влияние первоначальной густоты еловых культур на дальнейший рост насаждений.— «Лесное хозяйство», 1968, № 5, с. 26—29.
- Мошкалев А. Г.** О подборе древостоев одного естественного ряда.— В кн.: Труды по лесному хозяйству. Л., 1957, с. 3—18.
- Недвецкий Н. А., Чуенков В. С.** Исследования роста сосны в культурах на осушаемых площадях.— «Лесное хозяйство», 1973, № 6, с. 26—28.
- Никитин К. Е.** К вопросу бонитирования насаждений.— «Лесной журн.», 1959, № 4, с. 7—13.
- Никитин К. Е.** О распределении семенных насаждений по классам бонитета.— «Лесной журн.», 1960, № 2, с. 166—167.
- Никитин К. Е.** Лиственница на Украине. Киев, 1966. 331 с.
- Никитин К. Е.** Применение ЭВМ в лесной таксации (обработка информации математическими методами). М., 1972. 133 с.
- Орлов М. М.** Лесная таксация. 3-е изд. Л., 1929. 532 с.
- Патацкас А. И.** Определение текущего прироста по объему отдельного дерева.— «Лесное хозяйство», 1968, № 11, с. 35—37.
- Патацкас А. И.** Об определении текущего объемного прироста стоящего дерева.— «Лесное хозяйство», 1971, № 8, с. 50—53.
- Поляков А. К.** О взаимосвязи между кроной сосны и приростом ствола в свежей субори.— В кн.: Исследования по лесоведению и лесоводству. Харьков, 1969, с. 106—110. (Труды Харьковского сельскохозяйственного ин-та им. В. В. Докучаева. Т. 86).
- Поляков В. С., Полякова А. В., Григорашенко И. А.** Выявление товарности Минусинских боров.— В кн.: Лесная таксация и лесоустройство. Вып. 2, Красноярск, 1973, с. 92—102.
- Поляков А. Н., Волков В. Д.** Динамика запаса и самоизреживание в свете теоретической биогеофизики леса.— «Лесное хозяйство», 1963, № 10, с. 14—17.
- Разин Г. С.** Метод составления таблиц хода роста древостоев.— «Лесной журн.», 1967, № 5, с. 5—7.
- Розен Р.** Принцип оптимальности в биологии. М., 1969. 215 с.
- Румшинский Л. З.** Математическая обработка результатов эксперимента. М., 1971. 192 с.
- Сабинин Д. А.** Физиология развития растений. М., 1963. 195 с.
- Свалов Н. Н.** Методы составления таблиц классов бонитета.— «Лесное хозяйство», 1967, № 6, с. 46—49.
- Свирижев Ю. М., Елизаров Е. Я.** Математическое моделирование биологических систем.— В кн.: Проблемы космической биологии. Т. 20. М., 1972. 159 с.
- Серебряков И. Г.** Экологическая морфология растений. М., 1962. 378 с.
- Синин Э.** Морфогенез растений. М., 1963. 603 с.
- Скребин М. П.** Некоторые современные задачи лесоведения.— «Бот. журн.», 1965, т. 50, № 2, с. 163—174.
- Тауриныш Я. К.** Класс бонитета по наибольшим высотам березовых насаждений.— «Новое в лесном хозяйстве», 1968, № 10, с. 73—76.
- Третьяков Н. В.** Методика учета среднего и текущего прироста древостоя.— В кн.: Вопросы лесной таксации. Л., 1937, с. 3—18.
- Третьяков Н. В., Горский П. В., Самойлович Г. Г.** Справочник таксатора. М., 1965. 458 с.
- Труль О. А.** Математическая статистика в лесном хозяйстве. Минск, 1966. 233 с.
- Турский Г. М.** Очерки по теории прироста. 1925. 72 с.
- Тюриин А. В.** Исследование хода роста нормальных сосновых насаждений в Архангельской губернии.— В кн.: Труды по лесному опытному делу. СПб., 1913, вып. 45. 135 с.
- Тюриин А. В.** Нормальная производительность насаждений сосны, березы, осины и ели. 2-е изд. М.—Л., 1931. 200 с.
- Успенский В. В.** Об исследовании метода Г. Ф. Хильми при построении таблиц хода роста.— «Лесной журн.», 1971, № 4, с. 15—18.
- Федосимов А. Н.** Выявление динамики запасов насаждений по данным статистического метода.— «Лесное хозяйство», 1970, № 7, с. 37—40.
- Хильми Г. Ф.** Биогеофизическая теория и прогноз самоизреживания леса. М., 1955. 88 с.
- Хильми Г. Ф.** Основы физики биосфера. Л., 1966. 299 с.
- Чжан Ши-цизюй.** Связь прироста дерева по диаметру с особенностями его кроны как основа для классификации деревьев в лесу (на примере ясеня обыкновенного в Теллермановской нагорной дубраве).— В кн.: Взаимоотношения

- компонентов биогеоценоза в лиственных молодняках. М., 1970, с. 200—224.
- Чуенков В. С.** Исследования оптимальной структуры насаждений с помощью ЭВМ.— В кн.: Доклады советских специалистов — участников международного симпозиума стран — членов СЭВ по использованию ЭВМ и математических методов в лесном хозяйстве. Пушкино, 1972, с. 68—79.
- Шкунов В. А.** Опыт сравнения различных по методам составления эксквизитов таблиц хода роста модальных березовых насаждений. «Лесной журн.», 1974, № 4, с. 151—153.
- Шустов Б. А.** Порослевые дубовые насаждения Южной России.— В кн.: Труды по лесному опытному делу в России. СПб., 1914, вып. 52, с. 72.
- Andersson S. O.** Produktionstabeller för norrländska tallplanteringar.— «Meddelanden Statens skogsforskningsinst.», 1963, vol. 51, N 3, p. 333—350.
- Assmann E.** Zur Bonitierung süddeutscher Fichtenbestände.— «Allgem. Forstzeitschrift», München, Bd. 10, H. 6, 1955, S. 61—64.
- Assmann E.** Höhenbonität und wirkliche Ertragleistung.— «Forstwiss. Centralbl.», 1959, Bd 78, H. 1/2, S. 1—21.
- Assmann E.** Waldertragsskunde. München—Бонн—Wien, 1961.
- Assmann E.** Die Fortentwicklung unserer Ertragstafeln. Allgem. Forstzeitschrift, 1962, Bd 17, H. 50, S. 817—820.
- Assmann E., Franz F.** Vorläufige Fichten-Ertragstafel für Bauern.— «Forstwiss. Centralbl.», 1965, Bd 84, H. 1/2, S. 13—43.
- Boversox T. W., Ward W. W.** Prediction of oak site index in the ridge and valley region of Pennsylvania. — «Forest Sci.», 1972, vol. 18, N 3, p. 192—195.
- Brantseg A.** Furu sonnafjells.— Produkjonstabeller. Medd Norske skogsundersøkelsen, 1969, Bd 26, H. 1, p. 291.
- Burkhart H. E.** Slash pine plantation yield estimates, based on diameter distribution: an evaluation.— «Forest Sci.», 1971, Bd 17, N 4, p. 452—453.
- Busse J.** Baumkrone und Schaftzuwachs.— «Forstwiss. Centralbl.», 1930, Bd 48, H. 7/8, S. 117—126.
- Curtis R. O.** A stem — analysis approach to site — index curves. — «Forest Sci.», 1964, vol. 10, N 2, p. 241—246.
- Curtis R. O.** A method of estimation of gross yield of Douglas-fir. Washington, 1967. 26 p.
- Curtis R. O.** Yield tables past and present.— «J. Forestry», 1972, № 1, p. 28—32.
- Czarnowski M. S.** Dynamics of even-aged forests stands.— «Louisiana State university press», Baton rouge 3, 1961. 133 p.
- Czarnowski M. S.** Productive capacity of locality as a funktion of soil and climate with particular reference to forest land.— «Louisiana State university press, Biol. Science series», N 5, 1964. 176 p.
- Czarnowski M. S., Humphreys F. R., Gentle S. W.** Quantitative expression of site-index in terms of certain soil and climate characteristics of *Pinus radiata* D. don. plantations in Australia and New Zealand.— «Ekol. pol.», 1971, vol 19, N 22, p. 295—309.
- Erteld W.** Zur Altershöhenentwicklung der Kiefer auf altpleistozänen Standorten.— «Archiv. Forstwes.» Berlin, 1970, Bd.19, H. 1, S. 13—21.
- Fries J.** Yield of *Betula verrucosa* in middle Sweden and Southern north Sweden.— «Studia forestalia Suecica», 1964, № 14, p. 303—315.
- Fries J.** Mathematisch-statistische Probleme bei der Konstruktion von Ertragstafel.— «Mitteilungen der forstl. Bundes-Versuchsanstalt», Wien, 1967, Bd 1, H. 77, S. 88—102.
- Halaj J.** Výškový rassz smrekových porastov ČSSR.— «Lesnický věstník», 1973, r. 19, c. 1, S. 17—36.
- Hannach P. R.** Estimating Site-Index for White ant Black Oaks in Indiana from Soil and topographical factors.— «J. For.», 1968, vol. 66, N 5, S. 412—416.
- Heger L.** Site-index curve shape in spruce.— «Forest Chronicle», 1969, vol. 45, № 3, S. 184—186.
- Hempel G.** Der Wuchsraumquotient.— «Wiss. Z. Techn. Univ.», Dresden, 1965, Bd 14, N 2, S. 407—412.
- Hempel G.** Allometrische Studie an *Pinus cembra* ssp. *sibirica* (Rupr.) Kryl. und *Abies sibirica* (Ledeb).— «Arch. Forstwesen», 1968, Bd 17, H. 11, S. 1099—1115.
- Hoffmann D.** Die Ermittlung der dynamischen Bonität der Fichte auf Grund der Standorterkundung.— «Allgem. Forstzeitschrift», 1958, Bd 13, N 46, S. 676—679.
- Hugershoff R.** Die Mathematischen Hilfsmittel des Kulturingenieurs und Biologen.— In: Teil II. Herleitung von gesetzmäßigen Zusammenhängen. Dresden, 1936, S. 75.
- Huch B.** Use of age at dbh as variable in the site index concept.— «Jour. For.», 1956, vd 54, N 5, S. 340.
- Huxley J. S.** Problems of relative growth. London, 1932. 196 p.
- Kennel R.** Soziale Stellung, Nachbarschaft und Zuwachs.— «Forstwiss. Centralbl.» 1966, vol. 85, H. 7/8, S. 193—204.
- Klepac D.** Rast i prirast sumskih vrsta dreveća i sastojina.— In: Nakladni zavod znanje. Zagreb, 1963. 298 S.
- Korf V.** Rust stejnovekých porostů a Backmanova rustova teorie.— «Lesnický časopis», 1967, № 10, S. 855—871.
- Korf V.** Vyžádatelnost výškového rustového oborupruž smrkové rustové tabulky.— «Lesnický věstník», 1973, № 10, S. 855—868.
- Korsun F.** Das Leben des normalen Bestandes in Formeln.— «Lesnická práce», 1935, № 14, S. 289.
- Kramer H.** Bonitierungsmaßstäbe in der Forstwirtschaft.— Der Forst- und Holzwirt, 1964, Bd 19, S. 8—12.
- Laar V.** Influence of tree parameters and stand density on diameter growth of *Pinus radiata*.— «S.-Afr. Forest J.», 1969, N 70, S. 5—14.
- Lembke J.** Untersuchungen über die Beziehungen zwischen Krone und Zuwachs in gleichaltrigen Kiefernbeständen.— «Arch. Forstwesen», 1956, Bd 5, H. 5/6, S. 359—401.
- Levacovic A.** O odnosaju drvnog prirasta i stabla naprama jednoj komponenti toga prirasta. Zagreb, Jugoslavia, 1926. 43 S.

- Levacović A.** Analytische Form des Wachstumsgesetzes.—«Glasnik za sumska pokuse», 1935, N 4, S. 189—253.
- Liebold E.** Ein neues statistisches Verfahren zur Ermittlung der Konstanten der Wachstum und Zuwachsfunktion nach J. Backman.—«Arch. f. Forstwes.», 1962, Bd 11, H. 7, S. 808—822.
- Madas L.** Kulonös teoria a faallomány folyonovedekeről.—«Az Erdő», 1967, Bd 16, № 4, S. 176—182.
- Mader D.** L. Volume growth measurement An analysis of function and characteristics in site evaluation.—«J. Forestry», 1963, Bd 61, S. 193—198.
- Magin R.** Möglichkeiten der dynamischen Bonitierung in Hinblick auf künftige Einheitsbewertung.—«Allgem. Forstzeitschr.», 1955, Bd 10, N 10, S. 122—124.
- Magin R.** Über die Brauchbarkeit des forstlichen Bonitätsbegriffes.—2Allgem. Forst — und Jagdztg.», 1958, H. 7, 129 Jg, S. 145—150.
- Magin R.** Ertragsfestsetzung und Ertragsprognose in der Forsteinrichtung.—«Mitteilungen der forstl. Bundes-Vorschungsanstalt», Wien, 1967, Bd 1, H. 77, S. 174—181.
- Michajlov J.** Mathematische Formulierung des Gesetzes für Wachstum und Zuwachs der Waldbäume und Bestände.—«Schweiz Zeitschrift für Forstwesen», 1952, Jg. 103, N 9/10, S. 368—380.
- Mitscherlich A.** Das Gesetz des Pflanzenwachstums.—«Landw Jahrb.», 1919, Bd 53, S. 167.
- Mitscherlich A.** Ertragsgesetze. Berlin, 1956. 246 S.
- Mitscherlich G.** Zur Frage der dynamischen Bonitierung.—«Sllgem. Forstzeitschr.», 1955, Jg. 10, N 14, S. 175—177.
- Morgen E. W. Dolph K. P.** Prediction of site index of lodgepole pine from selected environmental factors.—«Forest. Sci.», 1972, vol. 18, № 4, p. 314—316.
- Newnham R. M., Smith J. H. P.** Development and testing of stand models for Douglas fir and lodgepole pine.—«Forest. Chron», 1964, vol. 40, № 4, p. 494—502.
- Pavlie J.** Prirast stabla u savisnosti od velicine krosnje in od njegovog položaja u sastojini. Sarajevo, 1966, 89 S.
- Peschel W.** Die mathematischen Methoden zur Herleitung der Wachstumsgesetze von Baum und Bestand und die Ergebnisse ihrer Anwendung. Berlin, 1938, S. 169—248.
- Peters J. A.** Biostatistical programs in BASIS language for timeshared computers: coordinated with the book Smithsonian institution press. Washington, Gov. print. off., 1971. 46 p.
- Petterson H.** Die Massenproduktion des Nadelwaldes.—«Mitt. d. forstl. Forschungsanst. Schwedens», 1955, Bd 45, S. 1—391.
- Pollanschütz J.** Wuchsleistungsanalysen auf der Basis temporärer Probeblächen. Wiss. Z. Techn. Univ. Dresden, 1968, 17, t. 6, S. 1707—1713.
- Prodan M.** Forstliche Biometrie. München—Bonn—Wien, 1961, S. 432.
- Radonjić M.** Teoria a practica funkcii rastenja. Skopje, 1964.
- Richter A.** Aufgaben und Methoden standortgerechter Forsteinrichtung. Deutsche Akad. der Landwirtschaftswissenschaften zu Berlin, Sitzungsberichte, 1959, Bd YIII, H. 2, S. 43.
- Sachs J.** Lehrbuch der Botanik, 3 Aufl, W. Engelmann, Leipzig, 1873. 928 S.
- Schmidt A.** Der Verlauf des Höhenwachstums von Kiefern auf einigen Standorten der Oberpfalz.—«Forstwiss. Cbl.», 1969, Jg. 88, H. 1, S. 33—40.
- Schwappach A.** Die Kiefer. Wirtschaftliche und statistische Untersuchungen der forstlichen Abteilung der Hauptstation des forstlichen Versuchswesens in Eberswalde.—«J. Neumann», Neudamm 1908. 180 S.
- Šimek J.** Grundzüge einer naturgemäßen Wachstumsfunktion der Waldbestände.—«Mitteilungen der forstlichen Bundes—Versuchsanstalt». Wien, 1967, Bd 1, H. 77, S. 167—173.
- Stage A. R.** A. mathematical approach to polymorphic site index curves for grand fir.—«Forest Sci.», 1963, vol. 9, N 2, p. 167—180.
- Stiell W. M.** Red pine crown development in relation to spacing. Ottawa, 1961, p. 44. («Canada Dep. of. Forestry», Publ. N 1145).
- Strand L.** Numerical constructions of site — index curves.—«Forest Sci.», 1964, vol. 10, № 4, p. 410—414.
- Strand L.** Probleme bei Zuwachsprognosen.—«Mitteilungen der forstlichen Bundes-Versuchsanstalt». Wien, 1967, Bd 1, H. 77, S. 95—103.
- Thomasius H.** Diskussion der Backman — schen Wachstums — und Zuwachsfunktion und der Methoden zur Bestimmung ihrer Konstanten.—«Archiv für Forstwesen», 1962, Bd 11, H. 9, S. 1013—1952.
- Thomasius H.** Untersuchungen über die Brauchbarkeit einiger Wachstumsgrossen von Bäumen und Beständen für die quantitative Standortsbeurteilung.—«Archiv. Forstwesen», 1963, Bd 12, H. 12, S. 1267—1323.
- Thomasius H.** Kritik der Wachstumfunktion von J. Backman.—«Wiss. Z. Techn. Univ.» Dresden, 1965, Bd 14, N 4, S. 1019—1031.
- Ulbricht R.** Regressionen zwischen dem laufenden Zuwachs und statischen Bestandesdaten.—«Archiv Forstwesen», 1969, Bd 18, H. 9—11, S. 1079—1084.
- Vanselow K.** Dynamische Bonitierung.—«Allgem. Forstzeitschr.», 1955, Bd 10, H. 19, S. 235—236.
- Vincent A. B.** Is height/age a reliable index of site? — «Forest Chron», 1961, vol. 37, N 2, p. 144—149.
- Vuokila Y.** Growth and yield tables for pine stands treated with intermediate cuttings of varying degree for southern Central — Finland.—«Communicationes Inst. for. Fenniae». Helsinki, 1967, Bd 63, N 2, S. 123.
- Vuokila Y.** Harvennusmallit luontaisesti syntyneille männiköille ja kuusikoille. Helsinki, 1971. 19 S.
- Vyskot M., e. a.** Zaklady rüst a produkce lesu.—Statni zemědelské nakladatelství. Praha, 1971. 444 S.
- Warob W. W., Fletcher P. W., Armstrong M. A.** Site-index determination.—«Jorn. For.», 1965, vol. 63, № 1, p. 15—16.
- Week J.** Forstliche Zuwachs—und Ertragskunde. Berlin, 1955. 165 S.
- Weihl J.** Die Beschreibung und Analyse des Höhenwachstum-

sablaufes von Fichten mit dem Wachstumsgesetz von Backman.—«Allg. Forst- und Jagdztg», 1961, Bd 132, H. 1, S. 1—6.

Wenk G. Eine neue Wachstumsgleichung und ihr praktischer Nutzen zur Herleitung von Volumenzuwachsprozenten.—«Archiv für Forstwesen», 1969, Bd 8, H. 9/10, S. 1055—1094.

Wenk G. Zuwachsprognosen, Vorratsfortschreibung und Aufstellung bestandesindividueller Ertragstafeln mit Hilfe von Wachstumsmultiplikatoren.—«Wiss. Z. Techn. Univ. Dresden», 1972, Bd 21, № 6, S. 1247—1249.

Wenk G. Bestandesindividuelle Ertragstafeln auf der Grundlage einer neuen Zuwachsprozentfunktion.—«Die soz. Forstwirtschaft», 1973, Jg. 23, H. 11, S. 335.

Zahner R. Loblolly pine site curves by soil groups.—«Forest Sci», 1962, vol. 8, N 2, p. 104—110.

О ГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
Г л а в а I. Методы изучения роста древостоев..	
Объект изучения.	6
Типы таблиц хода роста.	8
Методы составления таблиц хода роста с использованием парных связей	9
Методы построения таблиц хода роста на основе множественных зависимостей	17
Выходы по методам изучения хода роста древостоев	38
Г л а в а II. Рост деревьев	40
Цели изучения	40
Рост деревьев как функция времени	42
Относительный рост	55
Г л а в а III. Классификация древостоев	68
Искусственные и естественные классификации	68
Аналитические методы построения бонитетных шкал	77
Выравнивание показателей бонитетных шкал	80
Оценка производительности древостоев разных групп типов леса	87
Г л а в а IV. Связи таксационных показателей древостоев	92
Уравнение связи для древостоев одного уровня производительности	92
Уравнения связи для древостоев разных уровней производительности	101
Анализ полученных результатов	109
Г л а в а V. Динамика древесного полога	115
Зависимость прироста стволов от размеров крон и деревьев	117
Взаимосвязи между размерами крон и таксационными признаками древостоев	120
Зависимость средних размеров крон древостоев от возраста и густоты	121
Связи средних размеров крон древостоев со средней высотой	122

Связь диаметра на высоте груди и диаметра кроны	124
Прочие связи морфологических показателей древостоев	129
Об использовании морфологических показателей древостоев	131
Г л а в а VI. Применение полученных зависимостей	132
Определение текущего прироста совокупности древостоев	132
Закономерности естественного изреживания древостоев	140
Заключение	148
Литература	150

Валерий Васильевич Кузьмичев
ЗАКОНОМЕРНОСТИ РОСТА ДРЕВОСТОЕВ

Ответственный редактор
Иван Васильевич Семечкин

Редакторы *Л. А. Юдина, В. В. Сурнин*
 Художественный редактор *В. И. Желнин*
 Художник *В. А. Сабашников*
 Технический редактор *А. В. Сурганова*
 Корректоры *В. Н. Тигеева, Н. Г. Примогенова*

Сдано в набор 17 августа 1976 г. Подписано к печати 30 марта 1977 г.
 МН 10028. Формат 84×108/32. Бумага типографская № 1. 5 печ. л., 8,4
 усл. печ. л., 8 уч.-изд. л. Тираж 1000 экз. Заказ № 228. Цена 80 коп.

Издательство «Наука», Сибирское отделение. 630099, Новосибирск, 99,
 Советская, 18.

4-я типография издательства «Наука». 630077, Новосибирск, 77, Станиславского, 25.